



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

QC
125
S577
1883
ENG

Pliny
-50



ENG
QC125
S577
1883
TIMO-
SHENKO
COLL

ENGINEERING LIBRARY

12
5



DIE
PHYSIKALISCHEN GRUNDLAGEN
DER
MECHANIK.

VON

DR. HEINRICH STREINTZ,
A. Ö. PROFESSOR D. MATH. PHYSIK A. D. UNIVERSITÄT GRAZ.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1883.

PRINTED IN GERMANY

Vorwort.

So bekannt die Thatsache ist, dass der Begriff Bewegung im Allgemeinen nur relative Bedeutung hat, so wenig wird diese Erkenntniss berücksichtigt, wenn es gilt ihre Consequenzen in Anwendung zu bringen. Man wird finden, dass beim Aufbau des Lehrgebäudes der Mechanik die Relativität des Bewegungsbegriffes fast ausnahmslos wol hervorgehoben wird, auch Sätze über die relative Bewegung abgeleitet werden, dass jedoch in den grundlegenden Partien, d. i. bei Einführung der sogenannten Principien der Physik, sowie bei Aufstellung der Grundformeln der analytischen Mechanik, von den früher auseinandergesetzten Verhältnissen nicht weiter die Rede ist. Man wird vergeblich nach der Antwort auf die Frage suchen: *Mit Bezug auf welchen Körper oder welches Coordinatensystem gilt das Trägheitsprincip, oder gelten die Differentialgleichungen der Bewegung eines materiellen Systemes?*

Mit dieser Frage haben sich bisher nur drei Forscher näher beschäftigt, Leonhard Euler, Carl Neumann und E. Mach. Die Antworten, welche dieselben für die aufgeworfene Frage geliefert haben, divergieren vollständig; auch scheint bisher keine derselben Anklang gefunden zu haben, da in keinem der seit der Publikation der Arbeiten dieser drei Forscher erschienenen Compendien der Physik oder der Mechanik eine der vermeintlichen Lösungen Aufnahme gefunden hat.

Die Frage kann wol nicht als eine überflüssige abgelehnt werden. Weil sie aber in einwurfsfreier Weise bisher nicht beantwortet worden ist, wird man sie als eine noch offene betrachten müssen.

Ich glaube nun zu einer richtigen Lösung dieses Problems gelangt zu sein, und übergebe hiemit die Auseinander-

setzung meiner Ansichten mit der notwendigen Begründung der Öffentlichkeit.

Nachdem ich dieses Resultat gewonnen hatte, schien mir eine kritische Lectüre des bisher in den verschiedenen Lehrgängen der Mechanik gebrachten Gedankenmaterials notwendig. Hierbei stellte sich zu meiner grossen Freude heraus, dass die erworbenen Resultate zum Theil schon in einer Anmerkung der Newton'schen *Philosophiae naturalis principia mathematica*, ich möchte sagen, in latenter Weise enthalten sind. Man hätte nur aus den Erörterungen Newton's die nicht abzuweisenden Consequenzen zu ziehen gehabt, und die Frage wäre schon vor zweihundert Jahren gelöst gewesen.

Die Stelle in Newton's Werk ist aber bisher wenig beachtet worden, insbesondere gar nicht von solchen Forschern, welche sich mit der in Betracht stehenden Frage beschäftigt haben.

Ausführlichen Gebrauch von derselben haben, soviel mir bekannt geworden ist, nur Kant und Maxwell gemacht, ersterer in seinem Werke „*Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*“ 1786, letzterer in der bekannten Schrift „*Substanz und Bewegung*“. Sicherlich durch Kant sind endlich mehrere Erkenntnisstheoretiker (Riehl, Liebmann) auf das Studium des Newton'schen Werkes, insbesondere jener Anmerkung geführt worden. Von keiner Seite jedoch wurde bisher die Auseinandersetzung Newton's zur Lösung der in Betracht stehenden Frage verwendet.

Es lag ursprünglich nur in meinem Plane für die Deutung des Galilei'schen *Principes* sowie für die Aufstellung der Differentialgleichungen der Bewegung eine sichere Grundlage zu schaffen. Durch das zur allseitigen Behandlung der gestellten Frage notwendig gewordene historische Studium, wie durch die gewonnene Erkenntniss, dass eine einheitlich geschlossene Darstellung nicht geliefert werden kann, wenn beim Galilei'schen Principe stehen geblieben wird, bin ich dazu geführt worden, meine Untersuchungen auf alle Grundprincipien der Mechanik, und was nun selbstverständlich ist, auch auf die Bedeutung der Begriffe Kraft und Masse auszudehnen.

Die Entwicklung dieser Begriffe ist frei von allen unklaren Definitionen durchgeführt, doch erscheinen dieselben als physi-

kalische, durch die Erfahrung direct gewonnene. Sollte die Darstellung des betreffenden Abschnittes in Folge der Neuheit des Inhaltes noch manche Schwäche zeigen, so glaube ich auf die Nachsicht der geehrten Leser rechnen zu dürfen.

Meine Erörterungen sind die eines Physikers. Alles was auf das specielle Gebiet der Erkenntnisstheorie hinübergreifen würde, halte ich fern. Ich lasse mich bei diesem Entschlusse von der Ansicht leiten, dass die physikalischen Untersuchungen über die Grundlagen der Mechanik sich von den bei solcher Gelegenheit auftauchenden speciell erkenntnisstheoretischen Fragen grösstentheils trennen lassen. Die hiedurch möglich werdende Beschränkung dürfte dem physikalischen Leser erwünscht sein und wird der Schrift die von mir beabsichtigte Objektivität wahren. Ich glaube jedoch nicht zu irren, wenn ich mich der Hoffnung hingeebe, dass für die Erkenntnisstheorie aus den Resultaten meiner Studien sich manche Anregung entnehmen lassen wird.

Da zu den Grundlagen aller Deductionen der Mechanik auch die geometrischen Axiome gehören, so scheint es mir notwendig zu erwähnen, dass ich auch auf Erörterungen, die in das specielle Gebiet der Geometrie gehören, nicht eingehe, sondern selbstverständlich die möglichst einfachen Voraussetzungen beibehaltend die sogenannte Euclid'sche Geometrie für die Lehrsätze und Vorstellungen der Mechanik annehme.

Ich kann es bei der Auseinandersetzung meiner Anschauungen nicht vermeiden, mit den Ansichten hervorragender Forscher in Widerspruch zu geraten und dieselben einer sachlichen Kritik unterziehen zu müssen. Um in dieser Beziehung meinen Standpunkt zu kennzeichnen führe ich die bei ähnlicher Gelegenheit geäusserten Worte eines bedeutenden englischen Fachgenossen an, welche ich vollinhaltlich zu den meinigen mache. Sie lauten: If in consequence of the inquiry I should be led to criticise somewhat freely certain views of my contemporaries, I trust, that I shall be considered to be influenced by no other personal feeling than the very natural desire to gain acceptance for the mathematical principles of natural philosophy.“*)

*) Challis: On Newton's Foundation of all Philosophy. Phil. Mag. Ser. 4. Vol. XXVI 1863. p. 280.

Speciell möge diese Worte mein ganz besonders verehrter einstiger Lehrer Prof. Dr. Carl Neumann in Leipzig, durch dessen später citierten Vortrag (3. November 1869) ich die erste Anregung zu dieser Arbeit empfangen habe, als an sich gerichtet betrachten.

Die vorliegende Schrift enthält auch manche Mittheilung über die Auffassung, welche ältere Autoren den zur Behandlung kommenden Fragen entgegengebracht haben. Die Zusammenstellung historischen Materiales ist jedoch nie Hauptzweck geworden. Ich wollte nur an den bis jetzt bekannt gewordenen Ansichten die Brauchbarkeit der von mir gebrachten Vorschläge erproben; auch hoffte ich auf diesem Wege zu zeigen, dass das Fehlen eines genau präcisirten physikalischen Bezugssystems bisher eine widerspruchsfreie Auffassung der Grundlagen der Mechanik nicht aufkommen lassen konnte.

Die Erwartung, dass die von mir vertretene Determination des physikalischen Bezugssystems diesen Mangel beseitigen wird, knüpft sich ausser an meine Überzeugung noch vor allem an die durch Newton geleistete Bürgschaft. Sollte ich jedoch wider meine Hoffnung geirrt haben, so würde es mir selbst genügen, die Notwendigkeit der Lösung der zur Sprache gebrachten Frage, sowie die Unzulänglichkeit der bisherigen Lösungsversuche ausser Zweifel gesetzt und durch kritische Sichtung des ausgedehnten historischen Materials künftigen Forschern die Arbeit wesentlich erleichtert zu haben.

Graz, Ostern 1883.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

I. Capitel.

Das Galilei'sche Princip S. 1—12.

Notwendigkeit physikalischer Grundlagen für die Mechanik. Anführung der drei Newton'schen Principien (1). Andere abgeleitete, allgemeine Sätze der Mechanik. Stellung des Gravitationsgesetzes zu den übrigen Principien. Das Trägheitsprincip bei Galilei (2). Newton's Fassung des Trägheitsprincipes. Bemerkung C. Neumann's über die Unbestimmtheit der Newton'schen Fassung (3). Neumann's Vorschläge für die Ergänzung des Newton'schen Textes (4, 5). Annahme der Neumann'schen Vorschläge durch H. Klein und A. Riehl. Mach's Einwendungen gegen dieselben (6). Mach's eigene Vorschläge. Bedenken gegen diese. Die Mach'schen Gedanken finden sich schon bei Leonh. Euler, der sie aber als unthunlich aufgibt (7). Auch der Neumann'sche Vorschlag vom Körper Alpha ist schon früher zu finden und zwar in einem Scholium der Newton'schen Principia. Wert dieses Scholiums. Benützung desselben durch Maxwell und durch Kant (8). Ablehnung der Beziehung der Bewegungen auf einen absolut festen Körper in dem genannten Scholium. Auch Euler denkt an eine solche Beziehung, erklärt sie aber gleichfalls für ungenügend. Newton sucht nach Merkmalen für den Unterschied von relativer und absoluter Bewegung, findet auch solche, bringt die Frage jedoch nicht zum Abschlusse. Bei Formulierung des Trägheitssatzes denkt Newton nicht an die Notwendigkeit der Angabe eines Bezugskörpers (9). Erklärung dieses auffallenden Umstandes (10). Die Richtigkeit dieser Erklärung bestätigt der Commentar Pemberton's (11, 12).

II. Capitel.

Ermittelung des den Gleichungen der Physik zu Grunde liegenden Coordinatensystems S. 13—34.

Es liegt die Aufgabe vor, das Bezugssystem für die Beobachtung der Bewegungen anzufinden. Die Lösung derselben wird geknüpft an die Newton'sche Auseinandersetzung, betreffend die Absolutheit der Drehbewegungen. Citate aus Newton's Scholium (13—15). Die

Hilfsmittel der Gegenwart zur absoluten Bestimmung von Drehbewegungen (15, 16). Die Translationsbewegung kann nicht absolut bestimmt werden. Die Ausdrücke „Absolute Translationsgeschwindigkeit“ und „Absolute Translationsbeschleunigung“ haben keinen Sinn. Diefisbezügliche Bemerkung Maxwell's (17). Kant hat den wesentlichen Unterschied zwischen Translations- und Rotationsbewegung, auf Grund der Newton'schen Erörterungen erkannt (18). Eine Eigenschaft des aufzusuchenden Bezugskörpers ist die, frei von Drehbewegung zu sein, eine Eigenschaft, welche absolut, nämlich ohne Beziehung auf umgebende Körper, erkannt werden kann (19). Bisher begnügte man sich, die directionelle Unveränderlichkeit durch die Beziehung auf die Fixsterne zu erweisen. Eine solche Beziehung ist ungenügend. Wertlosigkeit eines bekannten Laplace'schen Satzes, so lange nicht die Beziehung auf die Fixsterne durch eine entsprechendere ersetzt ist (20, 21). Weitere Merkmale des zu findenden absoluten Bezugskörpers können sich nur auf die Translation beziehen. Der Körper muss frei von äusserer Einwirkung sein. Eigenthümlichkeit dieser Forderung, die auch für den materiellen Punkt gestellt wird, wenn er sich in Bezug auf den zu suchenden Bezugskörper geradlinig und gleichförmig bewegen soll. Die Bedeutung dieser Forderung für den Punkt hat Maxwell erklärt. Auch Poisson hat dieselbe Auffassung bekundet (22). Weitere Erörterungen über die Bezugskörper der Mechanik (23). Endgiltige, vervollständigte Fassung des Galilei'schen oder Trägheitsprincips. Möglichkeit einer anderen Fassung, die sich jedoch nicht als empfehlenswert herausstellt (24). Der gefundene Bezugskörper wird als Fundamental-Körper (FK), ein mit ihm fest verbundenes Coordinatensystem als Fundamental-Coordinaten-System (FS), jede geradlinige, gleichförmige Bewegung als galileische Bewegung bezeichnet. Satz betreffend die Bewegung eines FK's bezüglich eines anderen (25). Weiterer Satz, der bisher für notwendig erachtete Ableitungen der Mechanik als überflüssig erscheinen lässt (26). Erörterung betreffend die Fälle, in welchen zwischen absoluter und relativer Bewegung unterschieden werden kann. Wann die Bewegung nur als relative bezeichnet werden darf (27).

Unterschied zwischen dem geometrischen und physikalischen Coordinatensysteme; das letztere muss physikalische Eigenschaften besitzen, wenn Rechnung und Beobachtung in Übereinstimmung sein sollen. Beispiele hierzu (28—31). Ein Einwand, der vielleicht gegen die gelieferte Determination des physikalischen Bezugssystems gemacht werden könnte, wird als nicht stichhaltig erkannt (32—34).

III. Capitel.

Historisch-kritische Umschau S. 35—80.

Zweck dieses Capitels (35). Der erste, welcher die Forderung ausgesprochen hat, dass für die Ausdrücke „Lage“ und „Bewegung“

ein Bezugssubstrat angegeben werden müsse, war Euler (85). Übersicht über den Entwicklungsgang der Euler'schen Ansichten (35, 36). Seine Academieschrift von 1748, in welcher er die Möglichkeit einer Beziehung auf den Raum vertheidigt (37—39). Verwandtschaft dieser irrigen Ansichten mit denen Neumann's (39). In den ersten Paragraphen der 17 Jahre später erschienenen *Theoria motus* erklärt Euler eine Beziehung auf den Raum für widersinnig; er will die Lagenbestimmung nur in Bezug auf die umgebenden Körper gemacht wissen (40—45). Euler erkennt, dass diese relative Beziehung für die Mechanik nicht genügt und sieht sich in späteren Partien der *Theoria motus* wieder zur Rückkehr zu den Anschauungen von 1748 genötigt (45—50).

Euler's Versuch, das Trägheitsprincip auf den Satz vom zunehmenden Grunde zurückzuführen (50, 51). Ein älterer, schüchternere Versuch Pemberton's (52). Später huldigen Laplace und Poisson dieser Ansicht (53). Widersinnigkeit und Fehlerhaftigkeit einer solchen Speculation. Dühring. Von älteren Schriftstellern ist Comte als eifriger Bekämpfer des *esprit métaphysique* zu nennen (53—55).

Schädlicher Einfluss des Mangels eines physikalischen Bezugssystems auf die Schriften von Laplace (56, 57), Lagrange (57, 58) und Poisson (58, 59). In neuerer Zeit hält insbesondere Narr eine Beziehung auf den Raum für möglich (60). Ähnliche Gedanken finden sich vereinzelt auch bei Riemann und Jacobi (61). In dem Handbuche von Thomson und Tait finden sich manche richtige Gesichtspunkte. Dem Galilei'schen Principe fehlt jedoch auch dort die notwendige Ergänzung (62, 63). Kirchhoff und Schell wollen die Mechanik ohne Einführung von Principien aufbauen. Kirchhoff bleibt jedoch in fortwährender Berührung mit der Erfahrung, Schell hält die Mechanik für ein nur abstract mathematisches Lehrgebäude. Das physikalische Bezugssystem fehlt den Darstellungen beider. Schell glaubt, man könne sogar in der physikalischen, angewandten Mechanik mit relativen Beziehungen ausreichen. Es wird auf die Unrichtigkeit einer solchen Anschauung hingewiesen (64—69). Auch Poinso't glaubt in einem speciellen Falle ein Problem der Mechanik nur von geometrischen Grundlagen ausgehend lösen zu können. Zur Richtungsfixierung dienen ihm die Fixsterne. Besprechung einiger Irrthümer, die aus dem Mangel eines physikalischen Bezugssystems bei Poinso't entstanden sind (69—72). Maxwell will das Galilei'sche Princip auch speculativ begründen. Er benützt eingehend das Newton'sche Scholium, verwendet es aber nicht zur Lösung der in Rede stehenden Frage (73, 74). Er fühlt jedoch die Notwendigkeit eines Bezugsmediums (75, 76). Dühring glaubt auch, es genüge für die Mechanik, ein Coordinatensystem als fest zu denken. Durch unrichtige Parallelstellung von Rotations- und Translationsbewegung wird er zu einem Irrthum verleitet (76, 77).

In Folge des Umstandes, dass bisher die Eigenschaften der Bezugskörper der Mechanik nicht bekannt waren, sind auch überflüssige Beweise entstanden, wie sich solche z. B. bei Laplace und Poisson finden (78—80). Notwendigkeit dieser ausführlichen historisch-kritischen Zusammenstellung (80).

IV. Capitel.

Die Zeitmessung S. 81—96.

Neumann bemerkt mit Recht, dass zur Fundierung der Mechanik auch eine Angabe über die Art der Zeitmessung gemacht werden müsse. Diese Frage ist jedoch schon von Poisson gelöst worden (81), wodurch die Neumann'schen Bedenken (82) beseitigt erscheinen. Poisson's Lösung der erwähnten Frage (82—84). Bemerkungen hierzu (84, 85). Poisson's Ideengang ist im Wesentlichen schon bei D'Alembert zu finden (86, 87). Gegen die Neumann'schen Vorschläge können ernstliche Bedenken erhoben werden (87, 88). Ähnliche Gedanken wie Neumann hat auch schon D'Alembert gehabt (88, 89). Die D'Alembert-Poisson'sche Fundierung der Zeitmessung ist in den meisten neueren Werken nicht nur nicht erwähnt, sondern es ist in vielen Werken sogar ein logischer Cirkel aufgenommen, auf dessen Schädlichkeit Poisson aufmerksam gemacht hat (90). Die Vorschläge von Thomson und Tait (90, 91). Die Ansichten Schell's (91, 92). Maxwell's gründliche Erörterung stimmt mit der Auffassung D'Alembert-Poisson's. Er scheint die letztgenannte jedoch nicht gekannt zu haben und verwickelt sich deshalb in Widersprüche (92—94). Laplace zeigt in der vorliegenden Frage gegen D'Alembert einen Rückschritt (94, 95). Euler vertheidigt in Bezug auf die Frage der Zeitmessung in der Academieschrift von 1748 ähnliche unhaltbare Ansichten wie in Bezug auf die Frage von der Beziehung der Bewegungen (95, 96).

V. Capitel.

Kraft und Masse S. 97—119.

Es gibt Systeme von materiellen Körpern, bei denen einzelne Glieder Beschleunigungen erfahren (97). Bedeutung des Ausdruckes „Es wirkt eine Kraft“ (98). Bildung des Begriffes „Masse“ (99, 100); Definition desselben (100). Einheit der Masse, Einheit der Kraft (101). Vergleichung der Massen verschiedener Materien (102). Das Pariser Normalkilogramm (103). Messung der Massen und Kräfte (103—105). Definition des Begriffes „Kraft“ (105, 106). Die graphische Darstellung von Kräften; Kraftvectors (106). Stellung der Begriffe „Masse“ und „Kraft“ in der Mechanik (106, 107). Die Gravitationswerte aller Körper sind den Massenwerten proportional (107, 108). Die Masse ist jedoch systematisch richtig als Trägheitswert und nicht als Gravitationswert zu definieren (108). Inhaltslosigkeit der Definition: „Masse ist die Quantität der Materie“ (109—111); viele ältere und

neuere Autoren geben diese Definition (111, 112). Erklärung dieses merkwürdigen Umstandes (112). Anführung einiger Autoren, welche gute Definitionen des Massenbegriffes geben (112). Definition durch das Verhältniss: $\frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}}$. Kirchhoff's Ansichten (113, 114). Schell's unhaltbare Auffassung (114, 115). Mach hat der in Rede stehenden Frage eingehendes Studium gewidmet und gibt eine ganz eigenartige Darstellung (115—117). Herwig stellt den Begriff „Masse“ in Parallele mit den Vorstellungen „Zeit“ und „Länge“ (117—119).

VI. Capitel.

Das Unabhängigkeitsprincip S. 120—129.

Angabe der Erfahrungsthatſache, welche dieses Princip ausſpricht. Formulierung deſſelben (120). Erklärende Zuſätze (121). Ableitung der Grundgleichung der Dynamik (121, 122). Das Parallelogramm der Kräfte (122). Eine Aeuſſage über die Unabhängigkeit einer an einem Punkte auftretenden Beſchleunigung von der ſchon vorhandenen Geſchwindigkeit deſſelben iſt ſinnlos (122, 123).

Es folgen hiſtoriſche Bemerkungen (123). Newton's Faſſung des Unabhängigkeitsprincips (123, 124). Bernulli und nach ihm viele andere Phyſiker haben geglaubt den Satz vom Kräfteparallelogramme beweisen zu können (124). Lagrange tritt dieſer Anſicht entgegen, verfällt aber, wengleich auf Umwegen, in denſelben Irrthum (124, 125). Ein entſchiedener Bekämpfer des theoretischen Beweiſes iſt Comte (125). Poisson bekämpft in der I. Auflage ſeines Lehrbuches der Mechanik von 1811 entſchieden die Möglichkeit eines ſolchen Beweiſes (125, 126), gibt aber in der II. Auflage von 1833 ſelbſt einen Beweis (126, 127). Die Unzulänglichkeit deſſelben hat ſchon der deutſche Uebersetzer der II. Auflage erkannt (127, 128). Einige Forſcher wollen das Unabhängigkeitsprincip aus dem Satze „Jede Wirkung iſt ihrer Urſache proportional“ ableiten. Ein ſolches Verfahren iſt unthunlich (128, 129).

VII. Capitel.

Das Princip der Wechſelwirkung S. 130—133.

Newton's Faſſung des Principes der Wechſelwirkung. Die Faſſung des Verfaſſers (130). Möglichkeit der Zuſammenziehung dieſes Principes mit dem Trägheitsprincip (131). Maxwell's Bemerkungen zum Wechſelwirkungsprincip (131, 132). Poisson führt in der I. Auflage ſeiner „Mechanik“ das Wechſelwirkungsprincip nicht an; in der II. Auflage hält er es für den einzigen Erfahrungſatz, welchen die Mechanik nicht entbehren kann (132, 133). Bemerkung bezüglich der Deutung einer bekannten Gleichung (133).

VIII. Capitel.

Ergänzende Bemerkungen S. 134—141.

In manchen Fällen iſt es zweckmäſſig vom Fundamentalkörper vorauſzusetzen, er habe unendlich groſſe Maſſe (134, 135). Zu den

angeführten drei Grundprincipien könnten noch andere Principien hinzugefügt werden. Eine Verminderung der Zahl derselben könnte jedoch nur auf Kosten der Klarheit geschehen (135, 136). Das Princip der Erhaltung der Energie kann nicht zu einem Grundprincipe der Mechanik gemacht werden (136, 137). Skizzierung des Gedankenganges für die Entwicklung der Grundlagen der Mechanik (137). Die Kinematik ist unabhängig von den Grundlagen der Zeitmessung (137, 138). Lagrange's Fundierung der Mechanik (138—140). Die Hypothesen Carnot's und die Axiome Wundt's sind für den Physiker nicht brauchbar (140, 141). Schlussbemerkung (141).
Autoren-Verzeichniss S. 142.

I.

Das Galilei'sche Princip.

Sollen die Entwicklungen der analytischen Mechanik zu Resultaten führen, welche mit der Erfahrung übereinstimmen, insoweit die notwendigen Vernachlässigungen eine Übereinstimmung erreichen lassen, so müssen denselben aus der Erfahrung abgeleitete Thatsachen zu Grunde gelegt werden. Aus wenigen übersichtlichen Vorgängen werden alle der Rechnung überhaupt zugänglichen Erscheinungen vorherbestimmt. Aber nicht jeder Vorgang, der für die Analysis der einfachere ist, ist es auch für die Beobachtung. Wegen dieses Umstandes kann man es vorziehen erst die Resultate umfangreicher Rechnung mit der Erfahrung zu vergleichen und die Berechtigung des Ansatzes der Grundgleichungen aus der sich ergebenden Übereinstimmung zu erweisen.

Die Erfahrungsthatsachen, die als solche entweder direct oder auf Umwegen erkannt worden sind, nennt man die Principien der Mechanik. Man führt deren gewöhnlich drei an, nämlich:

1. *Das Galilei'sche* oder Trägheitsprincip.
2. *Das Unabhängigkeitsprincip*, aus welchem die Proportionalität der Beschleunigungen mit den Kräften und das Parallelogramm der Kräfte folgt.
3. *Das Princip der Wechselwirkung*, auch genannt Princip der gleichen Action und Reaction.

Von diesen drei Principien unterscheiden sich wesentlich jene anderen allgemeinen, meist auch als Principien bezeichneten Sätze, welche zur Erklärung einer grösseren Gruppe von Er-

scheinungen dienen, aber durch Denk- und Rechenoperationen aus den angeführten Principien abgeleitet werden können (Princip des kleinsten Zwanges, Flächenprincip etc.). Wenn eine Unterscheidung notwendig oder eine Verwechslung zu befürchten ist, werden die zuerst besprochenen drei Principien näher als *Grund-* oder *Fundamentalprincipien* bezeichnet. Man spricht auch von Principien erster und zweiter Gattung.

Weder in die eine, noch in die andere Kategorie einzureihen ist das nach seinem Entdecker Newton benannte Princip, auch *Gravitationsgesetz* genannt. Es ist ein aus seinen Consequenzen zu bewahrheitender und nicht aus einem anderen Principe abzuleitender Satz. In dieser Beziehung wäre es daher in eine Reihe mit den Grundprincipien zu stellen. Man pflegt diese Einreihung jedoch nicht vorzunehmen, da dieses Princip nur zur Erklärung einer beschränkten Gruppe von Erscheinungen gebraucht wird.

Ich werde meine Untersuchungen weder auf dieses Princip noch auf die Principien zweiter Gattung ausdehnen.

Das *Galilei'sche* oder *Trägheitsprincip* rührt, wie bekannt und der Name besagt, von Galilei her. Es findet sich ausgesprochen in den „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Meccanica ed a i Movimenti Locali“ (Bd. II, S. 477 der Ausgabe des Granduca di Toscana der Opere di Galilei Galileo, Firenze 1718) und zwar im Dialogo quarto, Giornata quarta, „De motu projectorum“ (S. 631). Die betreffende Stelle lautet: „Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secludo impedimento: jam constat ex his quae fusius alibi dicta sunt illius motum aequabilem, et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, et in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate praeditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, aequabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex aequabili horizontali, et ex deorsum naturaliter accelerato, quem projectionem voco.“

Anwendungen dieses Satzes und auf ihn bezügliche Aus-

einandersetzungen finden sich, worauf auch die Worte: „*quae fusius alibi dicta sunt*“ hinweisen, schon an früheren Stellen, insbesondere im Dialogo terzo „*De motu locali*.“

Gewöhnlich wird das Princip ausgesprochen in der Fassung, die ihm Newton in seinen „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“ gegeben hat. Newton's Fassung lautet:

„*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*“*)

Es ist das Verdienst Carl Neumann's**) auf die Unbestimmtheit dieses Ausspruches hingewiesen zu haben. Neumann macht aufmerksam, dass die Angabe, ein Körper (wir haben darunter einen sogenannten materiellen Punkt zu verstehen) bewege sich in einer geraden Linie, nur relative Bedeutung habe in Bezug auf ein namhaft zu machendes Bezugssystem, wie überhaupt jede Aussage über die Bahn eines Punktes. „Eine Bewegung, welche von unserer Erde aus betrachtet geradlinig ist, wird von der Sonne aus betrachtet krummlinig erscheinen.“ Wenn daher in dem Galilei'schen Principe etwas über eine geradlinige Bewegung ausgesagt wird, so muss notwendig hinzugefügt werden, in Bezug auf welche Körper der sich selbst überlassene Punkt sich geradlinig bewegt. Eine weitere Unbestimmtheit findet Neumann in der Aussage, dass der materielle Punkt

*) Das genannte Werk Newton's ist in I. Auflage erschienen 1687, und findet sich der citierte Satz auf S. 12. Die II. Auflage von 1714 ist bedeutend erweitert. Die Principien, sowie der ganze grundlegende Theil, auch das Scholium, von dem im Folgenden öfters die Rede sein wird und aus welchem ich einige längere Stellen wiedergeben werde, sind aber unverändert aus der I. Auflage in die späteren übergegangen. Die III. und letzte zu Lebzeiten Newton's veranstaltete Auflage von 1726 unterscheidet sich wenig von der zweiten. Die II. und III. Auflage sind in mehreren Ausgaben vorhanden.

Die III. Auflage ist auch durch J. Wolfers ins Deutsche übertragen worden. Berlin 1872. Das Princip lautet nach dieser Übersetzung: „Jeder Körper beharrt in seinem Zustande der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.“

**) Über die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie. Academische Antrittsvorlesung, gehalten in der Aula der Universität Leipzig am 3. November 1869. Leipzig 1870.

sich gleichförmig bewegt oder, mit anderen Worten, in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklegt, wenn nichts über das Zeitmaß mitgeteilt wird. Auf diesen letzteren Einwand werde ich im IV. Capitel zu sprechen kommen und mich hier auf die Erörterung beschränken, wie die erstgenannte Unbestimmtheit zu beheben ist.

Neumann nimmt zu diesem Zwecke an, es befinde sich irgendwo an einer unbekanntem Stelle des Weltraumes ein absolut starrer Körper, er nennt ihn Körper Alpha, auf welchen alle Bewegungen, die überhaupt zur Beobachtung gelangen, stillschweigend bezogen werden. Hierdurch würde die notwendige Einheit der Beziehung gewonnen sein und könnten solche auf den Körper Alpha bezogene Bewegungen als absolute angesehen werden. Dass Neumann in Anm. 6 den starren Körper auch durch die Hauptträgheitsaxen eines flüssigen Systemes ersetzbar findet, oder auch durch die Hauptträgheitsaxen des Universums, ist für die weitere Untersuchung nebensächlich.

Die Notwendigkeit der Annahme eines solchen Körpers Alpha soll auch aus dem Umstande folgen, dass sich Fälle namhaft machen lassen, in welchen eine Bewegung keinesfalls als eine relative aufgefasst werden darf, sondern nur als eine absolute betrachtet werden kann. Neumann sagt hierüber in Anm. 8 (S. 27): „Nehmen wir an, dass unter den Sternen sich einer befinde, der aus flüssiger Materie besteht, und der — ebenso etwa wie unsere Erdkugel — in rotierender Bewegung begriffen ist um eine durch seinen Mittelpunkt gehende Axe. In Folge einer solchen Bewegung, in Folge der durch sie entstehenden Centrifugalkräfte wird alsdann jener Stern die Form eines abgeplatteten Ellipsoides besitzen. Welche Form wird — fragen wir nun — der Stern annehmen, falls plötzlich alle Himmelskörper vernichtet (in Nichts verwandelt) würden?

Jene Centrifugalkräfte hängen nur ab von dem Zustande des Sternes selber; sie sind völlig unabhängig von den übrigen Himmelskörpern. Folglich werden — so lautet unsere Antwort — jene Centrifugalkräfte und die durch sie bedingte ellipsoidische Gestalt ungeändert fortbestehen, völlig gleichgültig, ob die übrigen Himmelskörper fortexistieren oder plötzlich verschwinden.

Wir können aber, falls die Bewegung als etwas Relatives,

nur als eine relative Ortsveränderung zweier Punkte gegeneinander, definiert wird, die vorgelegte Frage noch von einer anderen Seite her in Erwägung ziehen, und gelangen alsdann zu einer ganz entgegengesetzten Antwort. Denken wir uns nämlich sämtliche übrigen Weltkörper vernichtet, so sind jetzt im Universum nur noch diejenigen materiellen Punkte vorhanden, aus denen der Stern selber besteht. Diese aber besitzen keine relative Ortsveränderung, befinden sich also (auf Grund der für den Augenblick acceptierten Definition) in Ruhe. Folglich wird der Stern — so lautet gegenwärtig unsere Antwort — von dem Augenblick an, wo die übrigen Weltkörper vernichtet sind, sich im Zustande der Ruhe befinden, mithin die diesem Zustande entsprechende Kugelgestalt annehmen.“

Diese Argumentation führt also zu einem Widerspruche. Neumann will denselben dadurch beseitigen, dass er die Richtigkeit des zweiten Theiles der Argumentation bestreitet. Es ist nach seiner Ansicht nicht gestattet anzunehmen, der betrachtete Himmelskörper sei für sich allein vorhanden, sondern es muss immer an die Existenz des Körpers Alpha gedacht und auf ihn die Bewegung bezogen werden. Der Himmelskörper würde also absolut in Bezug auf jenen Körper Alpha rotieren.

Dass der vorgeführte Widerspruch eine Lösung verlangt, kann nicht bezweifelt werden. Ich werde jedoch im Spättern zeigen, dass die Annahme eines solchen Körpers Alpha nicht den gewünschten Erfolg haben kann und versuchen eine andere Lösung zu bieten.

Dass man nicht eine Bewegung eines materiellen Körpers durch Bezug auf ein beliebig gewähltes System bestimmen kann, lässt sich, wie aus dem von Neumann besprochenen Falle, noch aus verschiedenen ähnlichen Fällen erweisen. Der folgende dürfte diese Verhältnisse besonders anschaulich erkennen lassen.

Man kann einen Kreisel so loslassen, dass er, so lange die Drehung hinlänglich rasch vor sich geht, scheinbar ruhig vertical stehen bleibt. Er dreht sich dabei relativ gegen seine Unterlage. Käme es nur auf die relative Bewegung an, so müsste, falls der Kreisel in Ruhe belassen, hingegen die Unterlage in entgegengesetztem Sinne mit derselben Geschwindigkeit, die

früher der Kreisel hatte, gedreht würde, der Kreisel gleichfalls in verticaler Richtung verharren; derselbe würde aber, wie bekannt ist, umfallen. Auch aus diesem Experimente werden wir schliessen, dass es bei der Bewegung des Kreisels nicht nur auf seine *relative* Geschwindigkeit ankommen kann.

Die Auseinandersetzungen Neumann's sind mit wenigen Ausnahmen merkwürdiger Weise ignoriert worden. Kritiklos nimmt dieselben Hermann Klein an in seiner Preisschrift „Die Principien der Mechanik“^{*)}. Auch A. Riehl^{**)} findet die Annahme Neumann's notwendig, hält aber den Körper Alpha nur für eine Art Materialisierung des absoluten Raumbegriffes; er sei ein anderes Wort für dieselbe Sache.

Nicht einverstanden mit der Neumann'schen Lösung erklärt sich Mach in seinem Vortrage „Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit“^{***)}. Aus demselben erfahren wir, dass Mach schon seit längerer Zeit die Unbestimmtheit des Galilei'schen Principes gefühlt und bereits im Sommer 1868 in einem Collegium „Über einige Hauptfragen der Physik“ seine Hörer auf diesen Umstand aufmerksam gemacht hatte. Mach stiess jedoch bei mündlicher Auseinandersetzung seiner Ansichten auf so vielfachen Widerspruch, dass er damals von der Veröffentlichung derselben Umgang nahm. Erst der Neumann'sche Vortrag gab ihm Veranlassung auch mit seiner Auffassung nicht länger zurückzuhalten.

Mach findet also in der Annahme des Körpers Alpha keine entsprechende Lösung. Er bemerkt mit Recht „das Trägheitsgesetz würde scheinbar einen schärferen Ausdruck erhalten, ohne sich in der Praxis anders zu gestalten“. Mach sucht die Lösung der Schwierigkeiten in einer anderen Auffassung des Trägheitsgesetzes. Er meint, es müsste auf die Massen des Weltraumes Rücksicht genommen werden; die fernen Himmelskörper sollen zwar keinen Einfluss auf die Beschleunigung der im Sonnensystem inbegriffenen Körper, wol aber auf deren Geschwindig-

^{*)} Leipzig 1872.

^{**)} „Der philosophische Criticismus und seine Bedeutung für die positive Wissenschaft“, II. Bd. Leipzig 1879. S. 92 und 95.

^{***)} Prag 1872. S. 47—50.

keit haben. „Welchen Antheil hat nun jede Masse an der Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit im Trägheitsgesetze? Darauf lässt sich nach unseren Erfahrungen keine bestimmte Antwort geben. Wir wissen nur, dass hiebei die nächsten Massen gegen die fernsten verschwinden. Wir würden also die uns bekannten Thatsachen schon vollständig herausbringen, wenn wir z. B. die einfache Annahme machen würden, dass alle Körper in dem Verhältniss ihrer Massen und unabhängig von der Entfernung bestimmend wirken, oder proportional der Entfernung u. s. w. Ein anderer Ausdruck wäre dieser. Sofern die Körper so weit von einander entfernt sind, dass sie sich keine merklichen Beschleunigungen ertheilen, ändern sich sämtliche Entfernungen einander proportional. Ich komme auf diesen Gegenstand bei einer anderen Gelegenheit zurück.“

Hiemit schliesst aber die Mach'sche Erörterung. Auch in späteren Stellen, in welchen Mach wieder vom Trägheitsgesetze spricht und auf welche der Schlusssatz der reproducirten Stelle verweist, findet sich nichts, das die Berechtigung der Mach'schen Annahme näher begründen würde. Man wird sich gewichtiger Bedenken gegen einen solchen Vorschlag nicht enthalten können. Die Annahme, dass die Massen der entfernten Himmelskörper auf die Geschwindigkeiten der umgebenden Massen von Einfluss sind, während die näheren Massen einen solchen Einfluss nicht üben, ist eine allen Erfahrungen, die wir von den Naturgesetzen haben, so widersprechende und zugleich jeder Prüfung widerstehende, dass es wol erklärlich ist, wenn dieselbe von keiner Seite Annahme finden konnte.

Es ist gewiss von Interesse zu bemerken, dass eine der Mach'schen Auffassung verwandte schon vor mehr denn 100 Jahren in Vorschlag gebracht, aber gleichzeitig auch abgelehnt worden ist. Leonh. Euler sagt in einer in den Berichten der preussischen Academie im Jahre 1748 publicirten Abhandlung (S. 328): „S'ils disaient que c'était par rapport aux étoiles fixes, qu'il fallait expliquer le principe d'inertie: il serait bien difficile de les réfuter etc.“ „Mais . . . ce serait une proposition bien étrange et contraire à quantité d'autres dogmes de la Méta-physique, de dire, que les étoiles fixes dirigent les corps dans leur inertie.“ Man wird mit Recht annehmen, dass Mach von

dieser Stelle der wenig bekannten Abhandlung keine Kenntniss gehabt hat.

Ich muss nun nochmals zum Neumann'schen Körper Alpha zurückkehren, um zu zeigen, dass schon Newton an die Möglichkeit eines solchen Vorschlages gedacht und das Nutzlose desselben eingesehen hat. Die betreffende Stelle ist enthalten in dem Scholium (S. 5—11 der I. Auflage), das die Definitiones abschliesst und den Axiomata sive leges motus vorangeht.

Dieses Scholium, das bisher von physikalischer Seite wenig beachtet worden ist (nur Maxwell benützt dasselbe vielfach in seiner Schrift „Substanz und Bewegung“, worauf ich später zu sprechen kommen werde), gehört zu den scharfsinnigsten Partien der Newton'schen Schriften. Zur Erhärtung dieser Behauptung brauche ich nur auf den grossen Einfluss zu verweisen, den dasselbe auf die Entwicklung der Kant'schen Schriften geübt hat. Die Fragen, welche an jener Stelle erörtert werden, hatten Kant lange beschäftigt, wie insbesondere aus seinen naturwissenschaftlichen Schriften, die im V. Band der Schubert-Rosenkranz'schen Ausgabe vereinigt sind, ersehen werden kann. Es würde über den Rahmen der vorliegenden Abhandlung hinausgehen, wenn ich, wie ich es könnte, den Nachweis liefern wollte, dass Kant zur Zeit der Abfassung der vorkritischen Schriften I bis incl. V des genannten V. Bandes, eine nur sehr oberflächliche, wahrscheinlich nur indirecte Kenntniss der Newton'schen Werke hatte und dass seine grosse Abhandlung „Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft“ von 1786 (Nr. VI des V. Bds.), hauptsächlich in Folge eingehenden Studiums der Newton'schen Principia entstanden ist. Das Schluss-Hauptstück „Metaphysische Anfangsgründe der Phänomenologie“ ist eigentlich nur eine Paraphrase des in Rede stehenden Scholiums*). Über dieses Scholium werde ich im nächsten Abschnitte ausführlich zu berichten haben, hier soll nur jene Stelle Platz finden, welche einer Vorahnung der Neumann'schen Hypothese gleich zu achten ist.

Newton schreibt daselbst (bei Wolfers S. 28 oben) „da es

*) Der Einfluss der Newton'schen Ansichten über *Raum und Zeit*, welche auch in diesem Scholium entwickelt sind, auf die Kant'sche Lehre, ist von Riehl in dem schon citierten Werke, II. Bd. II. Cap. erörtert.

nun möglich sein kann, dass irgend ein solcher Körper in der Nähe der Fixsterne oder weit jenseits derselben absolut ruhe, man aber durch die gegenseitige Lage der Körper in unserer Nähe nicht wissen kann, ob einer von diesen gegen jenen entfernten dieselbe Lage behält; so kann die wahre Ruhe aus der Lage dieser unter sich nicht abgeleitet werden.“

Wie sollte doch, wird man in Erweiterung der Newton'schen Worte sagen, etwas über die Bewegung irgend eines Körpers bezüglich jenes uns ewig unbekannt bleibenden, ganz ausserhalb des Bereiches unserer Sinneswahrnehmung liegenden, also transcendenten Körpers Alpha ausgesagt werden? Würde nicht die Behauptung, dass jeder unbeeinflusste materielle Punkt sich bezüglich jenes Körpers Alpha in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit bewegt, eine Überschreitung unserer Erfahrung enthalten? Wie kann etwas als Erfahrungssatz hingestellt werden, das noch Niemand beobachtet hat?

Ich werde in einem späteren Abschnitte zeigen, dass auch Euler, wahrscheinlich unabhängig von Newton, gleichfalls an die Möglichkeit der Annahme eines solchen Körpers Alpha gedacht, jedoch so wie Newton die Unzulänglichkeit einer solchen Beziehung eingesehen hat.

Newton bemüht sich, nachdem er die Berufung auf den Körper Alpha als eine unerlaubte erkannt hat, Merkmale für die Unterscheidung der relativen Bewegung von der absoluten aufzufinden. Es gelingt ihm dies auch, insoweit eine Unterscheidung überhaupt möglich ist. Und das, was Newton in dem Scholium über die Unterschiede der relativen und absoluten Bewegung sagt, ist auch, wenn man von den nicht zahlreichen Reproduktionen und Variationen der Newton'schen Ideen absieht, das einzige, was überhaupt über diesen Gegenstand geschrieben worden ist. Zu voller Klarheit gelangt Newton jedoch nicht, bemerkt aber zum Schlusse „die Sache ist jedoch nicht gänzlich hoffnungslos“.

Es könnte mit Hinblick auf die besprochenen Bemühungen Newton's befremden, dass er später bei Formulierung des Trägheitsgesetzes nicht die Notwendigkeit erkannt hat, für dieses Gesetz einen Bezugskörper namhaft zu machen. Die Erklärung dieses auffallenden Umstandes lässt sich jedoch geben

Wir schlagen in der deutschen Ausgabe S. 396 auf und finden dort: „§ 13. I Hypothese. Der Mittelpunkt des Weltsystems befindet sich in Ruhe.

Man gibt dießs allgemein zu, nur behaupten die Einen, die Erde sei dieses Centrum, die Anderen hingegen, die Sonne sei es. Wir wollen sehen, was aus dieser Hypothese folgt.“

Newton beruft sich nun auf den in seinem Werke gelieferten Nachweis, dass der Mittelpunkt des Sonnensystems sich entweder in gerader Linie bewegt, oder ruht, und dass die Erde sowie der Sonnenmittelpunkt selbst um diesen gemeinschaftlichen Schwerpunkt sich in krummen Bahnen herumbewegen. Da nun *nach der von Niemandem bezweifelten Hypothese* der Mittelpunkt der Welt ruhen muss, und dieser Forderung nach dem Gesagten nur der Massenmittelpunkt des Sonnensystems entspricht, so folgt zweierlei; erstens, dass nur der Massenmittelpunkt des Sonnensystems als Mittelpunkt der Welt angesehen werden kann, zweitens, dass dieser Massenmittelpunkt deshalb auch nicht in gerader Linie fortschreitet, sondern ruht. Seine Worte sind nicht zu missverstehen. Sie lauten: „Der gemeinschaftliche Schwerpunkt der Sonne, der Erde und aller Planeten muss also als der Mittelpunkt der Welt angesehen werden.“*)

Wenn wir nun bedenken, dass zur Zeit der Abfassung der Principia von einer Eigenbewegung der Fixsterne nichts bekannt war,**) so können wir begreifen, dass Newton sich befriedigt

*) Wolfers macht zu diesem Satze die Anmerkung, dass statt „Welt“ wol „Sonnensystem“ gelesen werden müsse. Ich halte diese Bemerkung für unbegründet. Newton sagt ausdrücklich von dem gemeinschaftlichen Schwerpunkte (besser Massenmittelpunkte) des Sonnensystems aus, dass er entweder ruhen oder sich gleichförmig in gerader Linie bewegen muss, von dem Weltmittelpunkte hingegen, dass er nur ruhen kann. Hierauf identificiert er die beiden und erweitert dadurch den Massenmittelpunkt des Sonnensystems zum Weltmittelpunkt. Die Wolfers'sche Bemerkung entspricht wol unserer, nicht aber Newton's Anschauung.

**) Die Entdeckung der Eigenbewegung von einigen Fixsternen rührt bekanntlich von Bradley her. Die erste Publication findet sich in den Phil. Trans. vom Jahre 1718. Wenn nun auch die letzte zu Lebzeiten Newton's veranstaltete Ausgabe der Principia im Jahre 1725 fertig gestellt worden ist, so konnte die Bradley'sche Entdeckung doch nicht mehr den Newton'schen Text beeinflussen, da der zur Zeit der Veranstaltung der

fand stillschweigend jede als absolut bezeichnete oder gedachte Bewegung, also auch die geradlinige und gleichförmige des keiner Kraft unterworfenen Punktes auf seinen fixen Weltmittelpunkt und auf die gleichfalls unveränderlichen Richtungen der Fixsterne zu beziehen.

Die Richtigkeit dieser Beurtheilung der Newton'schen Auffassung bestätigt auch ein Mann, der zu den nächsten wissenschaftlichen Freunden Newton's während dessen letzten Lebensjahre gerechnet werden muss. Es ist dies der Veranstalter der 3. Ausgabe der Principia, Henry Pemberton, von dem ein Jahr nach Newton's Tode ein eingehender Commentar zu den Werken des grossen Briten erschienen ist.*)

Bei Besprechung des ersten Bewegungsgesetzes empfindet derselbe die Berufung auf Erfahrungen, welche auf der Oberfläche unserer Erde gemacht werden, als mangelhaft, indem ja solche Beobachtungen uns nur etwas über die relativen Bewegungen bezüglich der Erdoberfläche, nichts aber über die absoluten Bewegungen erkennen lassen. Ich muss einschaltend bemerken, dass Pemberton bei Rücksichtnahme auf die Bewegung der den Beobachter umgebenden Theile der Erde nur an die Translation denkt, weshalb er auch der Ansicht ist, dass das Galilei'sche Princip bezüglich der Erdoberfläche volle Giltigkeit hat. Pemberton sieht sich nun in Folge des erwähnten Mangels veranlasst den Beweis zu führen, dass man aus den für die relative Bewegung gefundenen Thatsachen doch auch auf die Giltigkeit des Trägheitssatzes für die absolute Bewegung schliessen kann. Er nennt dabei die Bewegung eines Punktes, bei welcher die Eigenbewegung der Erde bereits subtrahiert ist, die absolute Bewegung.

Da nun nicht daran gezweifelt werden kann, dass der Autor die Eigenbewegung der Erde sich denkt in Bezug auf ein System, das durch den Schwerpunkt des Sonnensystems und die Fixstern-

III. Auflage mehr als achtzigjährige Greis nicht mehr selbst thätig war, und die Neuauflage von H. Pemberton besorgt worden ist.

Die Vermutung, dass auch unser Sonnensystem eine Progressiv-Bewegung haben könne, wurde erst später von Cassini ausgesprochen.

*) Henry Pemberton. A View of Sir Isaac Newtons Philosophy. London 1728.

richtungen (welche für ihn mit wenigen Ausnahmen noch als wirklich fix gelten mussten) bestimmt ist, weil ja von einem anderen Bezugssysteme für die Bewegung der Erde nie die Rede ist, so werden wir folgern müssen, dass Pemberton als „absolute und wirkliche“ Bewegung die in Bezug auf jenes System bestimmte versteht.

Die betreffenden Worte Pemberton's sind:

„Thus we see how the first of the laws of motion agrees with what appears to us in moving bodies. But here occurs this farther consideration, that the real and absolute motion of any body is not visible to us: for we are our selves also in constant motion along with the earth whereon we dwell; inso-much that we perceive bodies to move so far only, as their motion is different from our own. When a body appears to us to lie at rest, in *reality* it only continues the motion, etc.“

Der Schlusssatz dieser Ueberlegung lautet:

„However, though we cannot make any observation immediately on the absolute motion of bodies, yet by reasoning upon what we observe in visible motion, we can discover the properties and effects of real motion.“

II.

Ermittlung des den Gleichungen der Physik zu Grunde liegenden Coordinatensystems.

Anknüpfend an die das Newton'sche Scholium betreffenden Bemerkungen wird es gelingen, die Lösung der folgenden Aufgabe zu liefern. *Es soll dasjenige Coordinatensystem physikalisch bestimmt werden, für welches das Galilei'sche Princip, ausgesprochen in der Newton'schen Form, Gültigkeit hat*; dieses Coordinatensystem ist dann auch dasjenige, *für welches alle derzeit ohne Bezugssystem hingestellten Bewegungsgleichungen der Physik, zunächst also die sogenannten dynamischen Differentialgleichungen gelten.*

Newton bemüht sich, wie schon erwähnt, in dem Scholium die Unterschiede der absoluten und relativen Bewegung, ohne Rücksicht auf umgebende Körper, an den bewegten Körpern selbst zu finden. Ich setze die betreffende Stelle hierher.

„Die wirkenden Ursachen, durch welche absolute und relative Bewegungen von einander verschieden sind, sind die Fliehkräfte von der Axe der Bewegung. Bei einer nur relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, aber sie sind kleiner oder grösser, je nach Verhältniss der Grösse der Bewegung.

Man hänge z. B. ein Gefäss an einem sehr langen Faden auf, drehe dasselbe beständig im Kreise herum, bis der Faden durch die Drehung sehr steif wird; hierauf fülle man es mit Wasser und halte es zugleich mit dem letzteren in Ruhe. Wird es nun durch eine plötzlich wirkende Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung versetzt und hält diese, während der Faden sich ablöst, längere Zeit an, so wird die Oberfläche des Wassers anfangs eben sein, wie vor der Bewegung des Gefässes, hierauf,

wenn die Kraft allmählig auf das Wasser einwirkt, bewirkt das Gefäss, dass dieses (das Wasser) merklich sich umzudrehen anfängt. Es entfernt sich nach und nach von der Mitte und steigt an den Wänden des Gefässes in die Höhe, indem es eine hohle Form annimmt. (Diesen Versuch habe ich selbst gemacht.) Durch eine immer stärkere Bewegung steigt es immer mehr und mehr an, bis es, in gleichen Zeiträumen mit dem Gefässe sich umdreht und relativ in demselben ruhet. Dieses Ansteigen deutet auf ein Bestreben, sich von der Axe der Bewegung zu entfernen, und durch einen solchen Versuch wird die wahre und absolute kreisförmige Bewegung des Wassers, welche der relativen hier ganz entgegengesetzt ist, erkannt und gemessen. Im Anfange, als die relative Bewegung des Wassers im Gefässe am grössten war, verursachte dieselbe kein Bestreben, sich von der Axe zu entfernen. Das Wasser suchte nicht, sich dem Umfange zu nähern, indem es an den Wänden emporstieg, sondern blieb eben, und die wahre kreisförmige Bewegung hatte daher noch nicht begonnen. Nachher aber, als die relative Bewegung des Wassers abnahm, deutete sein Aufsteigen an den Wänden des Gefässes das Bestreben an, von der Axe zurückzuweichen, und dieses Bestreben zeigte die stets wachsende wahre Kreisbewegung des Wassers an, bis diese endlich am grössten wurde, wenn das Wasser selbst relativ in dem Gefässe ruhte. Jenes Streben hängt nicht von der Übertragung des Wassers in Bezug auf die umgebenden Körper ab, und deshalb kann die wahre Kreisbewegung nicht durch eine solche Übertragung erklärt werden.“

Das von Newton angestellte Experiment ist zwar wenig empfindlich, aber dem Wesen nach äusserst instructiv. Er gibt noch ein zweites ähnliches Experiment an, aus welchem ohne Beziehung auf äussere Körper auch der Sinn der Drehung erkannt werden kann.

„Werden z. B. zwei Kugeln in gegebener gegenseitiger Entfernung mittelst eines Fadens verbunden und so um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt gedreht, so erkennt man aus der Spannung des Fadens das Streben der Kugeln, sich von der Axe der Bewegung zu entfernen und kann daraus die Grösse der kreisförmigen Bewegung berechnen. Brächte man hierauf

beliebige gleiche Kräfte an beiden Seiten der Kugeln zugleich an, um die Kreisbewegung zu vergrössern oder zu verkleinern; so würde man aus der vergrösserten oder verminderten Spannung des Fadens die Vergrösserung oder Verkleinerung der Bewegung erkennen und hieraus endlich diejenigen Seiten der Kugeln erkennen können, auf welche die Kräfte einwirken müssten, damit die Bewegung am stärksten vergrössert würde, d. h. die hintere Seite oder diejenige, welche bei der Kreisbewegung nachfolgt. Sobald man aber die nachfolgende und die ihr entgegengesetzte vorangehende Seite erkannt hätte, würde man auch die Richtung der Bewegung erkannt haben. Auf diese Weise könnte man sowol die Grösse als auch die Richtung dieser kreisförmigen Bewegung in jedem unendlich grossen leeren Raume finden, wenn auch nichts Äusserliches und Erkennbares sich dort befände, womit die Kugeln verglichen werden könnten. Würden nun in jenem Raume einige sehr entfernte Körper aufgestellt, welche unter sich eine gegebene Lage beibehalten, wie die Fixsterne in der Gegend des Himmels, so könnte man aus der relativen Bewegung der Kugeln unter den Körpern nicht erkennen, ob diesen oder jenen die Bewegung zuzuschreiben sei. Achtet man aber auf den Faden, und findet man seine Spannung so, wie die Bewegung der Kugeln sie erfordert; so kann man daraus schliessen, dass die Kugeln sich bewegen und die Körper ruhen, und wird dann endlich aus der Bewegung der Kugeln unter den Körpern die Richtung der Bewegung folgern.“

Heutzutage sind wir in der Lage viel empfindlichere Methoden zur Erkennung der wahren Drehbewegung anzugeben. Das bekannteste Hilfsmittel ist der Foucault'sche Pendelversuch. Als Foucault im Jahre 1851 diesen berühmten Versuch angestellt und bekannt gemacht hatte, entstand in diesem und den zunächst folgenden Jahren eine grosse Reihe von Bemerkungen zu demselben, sowie von Vorschlägen zu ähnlichen Versuchen.*)

Ein Theil der letzteren stützt sich auf das Gyroskop oder den Fessel'schen Rotationsapparat. Mittelst dieser Instrumente lässt sich auch am besten das Absolute der Drehbewegung in einem Schulversuche zeigen; man hält das Gyroskop mit beiden

*) Siehe „Fortschritte der Physik“ Jahrgänge 1851—1854.

Händen und nimmt jede Drehung der Axe unmittelbar durch einen Druck wahr. *) Würde man in einem Schiffsraume ein solches in Rotation versetztes Instrument derart in Händen halten, dass die Axe in der Richtung von einer Hand zur anderen verläuft, so würde man auch jede Drehung des Schiffes, ohne äussere Gegenstände zu erblicken, sofort durch die Empfindung wahrnehmen. Auch der Sinn der Drehung des Schiffes, liesse sich nach dem bekannten Foucault'schen Satze vom Parallelismus der Rotationen leicht angeben. Es ist noch besonders zu bemerken, dass wir nicht nur die *Beschleunigung* einer Drehbewegung empfinden, sondern auch die *constante Geschwindigkeit*. Die erstere gibt sich durch vermehrten Druck, die letztere durch constanten Druck kund.

In anderer Weise verwendet kann das Gyroskop oder der Fessel'sche Apparat auch als Compass für die Drehung dienen. Einen besonders empfindlichen Apparat dieser Gattung hat Foucault selbst in Vorschlag gebracht. **)

Da es hier nicht darauf ankommt die beste Methode aufzufinden, um die Drehung objectiv der Axenrichtung, dem Sinne und der Grösse der Geschwindigkeit nach auszuwerten, sondern nur die Thatsache zu constatieren ist, dass jede Drehung als ein absoluter ohne Bezugskörper erweisbarer Vorgang betrachtet werden muss, so kann ich von einer Beschreibung der zur absoluten Beobachtung der Drehung sich eignenden Instrumente hier absehen und auf die Originalarbeiten verweisen. Wir können uns den Foucault'schen Apparat noch dadurch verbessert denken, dass die unvermeidlichen Reibungswiderstände durch elektromagnetische Anregung compensiert werden, demnach die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe unverändert erhalten wird.

Jeder derartige auf die Erhaltung der Rotationsebene oder auf den Druck der Axen basierte, durch elektromagnetische Anregung in Bewegung erhaltene Apparat soll als *gyroskopischer Compass* bezeichnet werden. Durch ein solches Instrument kann jede Drehung eines Körpers der Axenrichtung, dem Sinne und

*) Der Mechaniker Miller in Innsbruck führt in seinem Preisverzeichnisse als Nr. 21 einen speciell zu solchem Zwecke eingerichteten Rotationsapparat an.

**) Comptes Rendus T. XXXV p. 421—424.

der Grösse der Geschwindigkeit nach bestimmt werden, daher auch diejenigen Körper erkannt werden, welche eine Drehung *nicht* ausführen.

Es könnte vielleicht die Einwendung gemacht werden, dass die auf solche Weise bestimmte Drehung doch nicht als absolute erscheint, sondern das Newton'sche mit Wasser gefüllte Glas oder der gyroskopische Compass den Bezugskörper bilden. Dieser Einwand wird hinfällig, sobald man bedenkt, dass die Drehung von der Wahl dieser Apparate sich ganz unabhängig ergibt. Alle Beobachter, welcher Compenasse sie sich auch bedienen mögen, werden, falls nur die Instrumente überhaupt brauchbar sind, bis auf die jeder Beobachtung anhaftenden Beobachtungsfehler, dieselben Resultate erhalten. Zwei Körper, von welchen ohne gegenseitige Beziehung erkannt worden ist, dass sie Drehungen von gleicher Geschwindigkeit ausführen, werden mit einander verglichen dieses Resultat bestätigen.

Wollte man nun sowie für die Rotation, so auch für die Translation Experimente zur objectiven Feststellung der Geschwindigkeit aufsuchen, so würde diefs nicht gelingen. In gewissen Fällen, wenn nämlich eine Kraft nur auf *einen* Körper wirkt, kann die Beschleunigung durch einen Vergleichskörper, der unbeeinflusst ist, erkannt werden. Ist jedoch der Vergleichskörper und sind alle möglichen Vergleichskörper solchen Kräften unterworfen, dass eine relative Beschleunigung nicht eintritt, so fehlen zur Ermittlung einer absoluten Beschleunigung alle Anhaltspunkte. „Absolute Translationsbeschleunigung“ ist ein Ausdruck ohne begrifflichen Inhalt geradeso wie der Ausdruck „absolute Translationsgeschwindigkeit“. So können wir nicht constatieren ob unser Sonnensystem eine constante oder veränderliche Progressiv-Geschwindigkeit besitzt, noch weniger deren Grösse ermitteln.*) Alle diefsbezüglichen Angaben, die uns die

*) Maxwell sagt in seiner bekannten Schrift „Substanz und Bewegung“, deutsch von Fleischl, S. 29: „Beschleunigung ist, wie Lage und Geschwindigkeit ein relativer Begriff und kann nicht im absoluten Sinne verstanden werden. Wenn jedes Theilchen der materiellen Welt, welches unseren Beobachtungsmitteln zugänglich ist, in einem gegebenen Momente eine Veränderung seiner Geschwindigkeit dadurch erführe, dass eine neue Geschwindigkeit, und zwar für alle Theilchen die gleiche, in Richtung und Grösse hinzuträte, so würden alle relativen Bewegungen der Körper inner-

Astronomie liefert, sind nur relativ gegenüber der Mehrheit der näheren Sterne zu verstehen.

Newton hatte nun erkannt, dass die Drehbewegung absolut aufgefasst werden kann und hatte deshalb die Hoffnung nicht aufgegeben, auch eine absolute Translations-Geschwindigkeit erkennen zu können; hieraus erklärt es sich, warum er die Frage bezüglich der Relativität der Bewegung nicht vollends erledigt hat.

Wir aber können den Standpunkt einnehmen, zu dem schon Kant in Folge des Studiums des Newton'schen Scholiums geführt worden ist. Wir finden in dem IV. Hauptstücke der „Metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft“ die folgenden Sätze*):

Lehrsatz I.

„Die geradlinige Bewegung einer Materie in Ansehung eines empirischen Raumes ist, zum Unterschiede von der entgegengesetzten Bewegung des Raumes, ein bloß mögliches Prädikat. Eben dasselbe in gar keiner Relation auf eine Materie ausser ihr, d. i. als absolute Bewegung gedacht, ist unmöglich.“

Lehrsatz II.**)

„Die Kreisbewegung einer Materie ist, zum Unterschiede von der entgegengesetzten Bewegung des Raums, ein wirkliches Prädikat derselben; dagegen ist die entgegengesetzte Bewegung eines relativen Raumes, statt der Bewegung des Körpers genommen, keine wirkliche Bewegung des letzteren, sondern, wenn sie dafür gehalten wird, ein blosser Schein.“

Kant hat demnach die von Newton noch offen gelassene Frage vollständig zum Abschlusse gebracht. Zur Aufstellung des den Gleichungen der Physik zu Grunde liegenden Bezugssystems hat er jedoch die gewonnenen Gesichtspunkte nicht verwendet.

Wir können nun nach dieser Erkenntnis des Unterschiedes

halb des Systems in vollkommen stetiger Weise fortgehen, und weder die Astronomen noch die Physiker würden durch ihre Instrumente herauszufinden im Stande sein, dass etwas geschehen ist.

Nur dann, wenn die Veränderung der Bewegung in verschiedenen Körpern des Systems in verschiedener Weise geschieht, findet ein der Beobachtung zugängliches Ereignis statt.“

*) S. 422 der früher namhaft gemachten Ausgabe.

**) S. 424.

zwischen Translations- und Rotationsbewegung an die Lösung der Eingangs dieses Capitels gestellten Aufgabe schreiten: Es sollen die physikalischen Bedingungen angegeben werden, welche bei einem Körper erfüllt sein müssen, damit ein sich selbst überlassener materieller Punkt mit Rücksicht auf ihn sich in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit bewegt.

Es lässt sich leicht constatieren, dass die eine Eigenschaft eines solchen Bezugskörpers die sein muss, frei von jeder Drehbewegung zu sein.

Die erste Kenntniss von der Existenz des Galilei'schen Principis ist zwar durch den Entdecker in Fällen erworben worden, in welchen der Bezugskörper, die Erdoberfläche, eine Drehung ausführt. Diese Drehung ist jedoch für kurze Zeiten (etwa einige Secunden) so unmerklich, dass die Theile der Erdoberfläche, auf welche eine Fall- oder Wurfbewegung bezogen wird, als frei von Drehbewegung angesehen werden können. Sobald Phänomene studiert werden, die sich über ein längeres Zeitintervall erstrecken, ist auch das Galilei'sche Princip für ein in die Erdoberfläche gelegtes Coordinatensystem bekanntlich nicht mehr gültig. Es wird auch stets bei der Behandlung derartiger Probleme dieses Coordinatensystem als ein relatives bezeichnet und gesagt, dasselbe drehe sich gegen ein absolut festes mit constanter Geschwindigkeit. Ohne dass etwas näheres über jenes als absolut fest bezeichnete Coordinatensystem ausgesagt würde, können wir doch sogleich die Bemerkung machen, dass stillschweigend die Voraussetzung gemacht wird, für dieses gelte das Galilei'sche Princip.

Es wird wol auch daran gedacht werden, dass jenes Coordinatensystem keine Drehung ausführen dürfe, doch wurde bisher bei der Lösung physikalischer Probleme diese Eigenschaft der directionellen Ruhe nie als eine absolut erkennbare bezeichnet, sondern, wenn überhaupt etwas ausgesagt worden ist, die Richtungs-Ruhe durch Bezug auf den Fixsternhimmel als erwiesen betrachtet. Man wird wol überhaupt nicht fehl gehen, wenn man annimmt, der so oft gebrauchte und meist nicht näher erklärte Ausdruck „absolut fest im Raume“, sei wenigstens hinsichtlich der directionellen Unveränderlichkeit stets mit Bezug auf den Fixsternhimmel verstanden worden.

Diese Bestimmung ist für die Praxis allerdings ausreichend, befriedigt aber unser Erkenntnisvermögen nicht, weil die Fixierung einer Richtung durch entfernte Gegenstände keine vollkommene, sondern nur eine annähernde ist. Wir können vorübergehend die Drehung eines Schiffes auch nach einem über den Horizont hervorstehenden Mast bestimmen, allein wir werden keinen Augenblick darüber im Unklaren sein, dass diese Methode nur ein praktisches Hilfsmittel ist, dessen Richtigkeit darauf beruht, dass für eine kurze Zeit die Verbindungslinie der beiden Schiffe einen nur unmerklichen Winkel beschreibt.*)

Wenn auch die Orientierung nach den Fixsternen eine für Menschenalter ausreichende ist, und wenn auch zu den Hilfsmitteln der Astronomie greifend aus den wahrscheinlichsten Eigenbewegungen der Fixsterne ein festes Coordinatensystem herausconstruiert wird, so bleibt doch seinem Wesen nach ein solches Coordinatensystem nicht besser als das, welches wir uns in dem früher besprochenen Beispiele von den Schiffen gebildet haben.

Ist ein nur inneren Kräften unterworfenen System von materiellen Punkten gegeben, so führt uns die Analysis auf allgemeine Sätze, welche unter dem Namen der Laplace'schen Sätze bekannt sind. Ein solches System besitzt, wie einer dieser Sätze lehrt, eine Ebene, die invariable oder Laplace'sche Ebene, welche zu dem zu Grunde gelegten Coordinatensysteme für die ganze Dauer der Bewegung in unveränderlicher Stellung bleibt. Das Sonnensystem wird gewöhnlich als ein solches nur inneren Kräften unterworfenen System betrachtet und die invariable Ebene desselben zur Orientierung bei der Bestimmung der Eigenbewegungen der Fixsterne genommen. Ich habe nun soeben darauf hingewiesen, dass man bisher sich die Unveränderlichkeit der Richtungen eines als absolut fest bezeichneten Coordinatensystems nie anders als durch die Richtungen der Fixsterne garantiert gedacht hat. Da aber die Analysis weiter

*) Wenn einmal das absolute Bezugssystem definiert sein wird, dann kann leicht unter Berücksichtigung der relativen Geschwindigkeit der beiden Schiffe und der grossen Entfernung derselben gezeigt werden, dass der Winkel, um welchen die Verbindungslinie während einer kurzen Zeit sich dreht, die Grenze der Beobachtungsfehler nicht erreicht.

nichts lehrt, als dass die invariable Ebene unveränderlich mit dem zu Grunde gelegten Coordinatensysteme verbunden bleibt, so erfahren wir durch die Laplace'schen Deductionen nichts anderes, als dass diese Ebene gegen die Fixsterne eine unveränderliche Richtung bewahrt.

Richtung der Fixsterne und Richtung der invariablen Axe des Sonnensystems sind somit nach den bisher für gültig angesehenen Grundsätzen gleichbedeutend; man wird sich nun fragen müssen, mit welchem Rechte man dazu gekommen ist, bei der Bestimmung der Eigenbewegungen der Fixsterne der invariablen Axe des Sonnensystems einen Vorzug einzuräumen vor den Fixsternrichtungen selbst.

Die Berechtigung, der invariablen Ebene eines nur inneren Kräften unterworfenen materiellen Systems bei der Bestimmung der Eigenbewegungen der Fixsterne eine so hervorragende Rolle zuzuweisen, ist erst dann vorhanden, wenn erkannt worden ist, dass die Unveränderlichkeit von Richtungen auf anderen Grundlagen, als dem Fixsternhimmel, ruht. So lange nicht eine solche selbständige Basis geschaffen ist, bleibt jenes Laplace'sche bisher von Niemand beanstandete Raisonement nur eine grosse Selbsttäuschung.

Die Thatsache, dass die geradlinige gleichförmige Bewegung eines sich selbst überlassenen Punktes nur in Bezug auf ein als absolut fest bezeichnetes Coordinatensystem, nicht aber auch in Bezug auf ein solches stattfindet, das sich gegen das sogenannte absolut feste dreht, ist wol allgemein bekannt. Wenn nun, wie ich hier vertheidige, die directionelle Unveränderlichkeit eines solchen Coordinatensystems durch physikalische Beobachtung nach den im Früheren angegebenen Methoden zu geschehen hat (bisher ist, wie wiederholt hervorgehoben, entweder nicht gesagt worden, wie diese directionelle Unveränderlichkeit zu erkennen ist, oder man hat sich auf die Fixsternrichtungen berufen), so werden wir als erstes Merkmal des zu suchenden Bezugssystemes namhaft zu machen haben: *es muss von unveränderlicher Richtung sein, eine Eigenschaft, welche absolut, durch physikalische Beobachtung erkannt werden kann.*

Die weiteren Merkmale können sich nun nur auf die

Translation beziehen. Da aber Translation ein relativer Begriff ist und jede Bewegung eines Punktes bezüglich eines Körpers mit demselben Rechte auch als Bewegung des Körpers bezüglich des Punktes aufgefasst werden kann, so wird man hinsichtlich der Translation für den Bezugskörper in der Fassung des Galilei'schen Princips nichts anderes zu sagen haben, als für den Punkt selbst, nämlich dass er keiner fremden Einwirkung unterliegen darf.

Es scheint allerdings misslich, dass bei den ersten Erörterungen der Mechanik von etwas, nämlich der fremden Einwirkung, ausgesagt wird, dass es nicht vorhanden sein darf, von dem man noch gar nicht weiss, ob es vorhanden sein kann. Dieser Fehler in der Systematik verliert jedoch seine Schädlichkeit, wenn man dem Texte des Galilei'schen Princips eine diefsbezügliche Interpretation folgen lässt. Da eine solche gegeben werden kann, ist dieser Mangel auch bisher nie ernstlich beanstandet worden. Man hat die Forderung, dass der Punkt „sich selbst überlassen“ oder „keiner äusseren Einwirkung unterworfen“ ist, als den Ausdruck der Thatsache zu betrachten, dass es bisher immer gelungen ist, falls die Bewegung eines Punktes bezüglich eines directionell ruhenden Körpers *nicht* in gerader Linie oder mit *veränderlicher* Geschwindigkeit geschieht, Körper aufzufinden, deren Vorhandensein als die notwendige Bedingung jener Abweichung von der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung erscheint.

In diesem Sinne äussert sich Maxwell in der bereits citierten Schrift S. 32: „Der experimentelle Nachweis der Wahrheit dieses Satzes“ (nämlich des Galilei'schen Princips) „liegt darin, dass wir jedesmal, wenn wir einer Veränderung in dem Bewegungszustande eines Körpers begegnen, diese Veränderung auf irgend eine Wirkung zwischen jenem Körper und einem anderen, d. h. auf eine äussere Kraft zurückführen können.“ S. 31 sagt er: „das erste Gesetz sagt aus, unter welchen Bedingungen keine äussere Kraft vorhanden ist.“

Beinahe derselben Worte hat sich schon Poisson bedient: „toutes les fois, que nous apercevons une altération dans leur“ (des corps) „vitesse, nous reconnaissons que cet effet peut être attribué à une cause étrangère.“

Da wir nach dem früher gesagten auch von dem directionell ruhenden Körper, um ihn zum Bezugskörper machen zu können, werden zu fordern haben, dass er keiner fremden Einwirkung unterworfen ist, so wird der Sinn des Galilei'schen Principis dahin zu erklären sein, dass, so oft eine Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung stattfindet, entweder der Punkt oder der Bezugskörper oder beide in solchen Lagenverhältnissen zu anderen Körpern stehen, dass diese als die Ursache jener Abweichung erscheinen; d. h. würden diese Körper entfernt, so würde die Bewegung geradlinig und gleichförmig werden. Sollte der Bezugskörper selbst als Ursache einer Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung erscheinen, so muss im Allgemeinen ein anderer Bezugskörper gewählt, oder dieser in andere Lagenverhältnisse gebracht werden, so dass er keine solche Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung hervorrufft. Auch in solchen Fällen, in welchen der Bezugskörper zur Beziehung von krummlinigen oder ungleichförmigen Bewegungen, welche unter der Einwirkung von Kräften zu Stande kommen, dient, könnte ein solcher Körper, der selbst als die Ursache der Abweichung von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung des Punktes erscheint, nicht mehr zum Bezugskörper gewählt werden: da nach einem später zu besprechenden Satze in einem solchen Falle der Körper nicht mehr als frei von äusserer Einwirkung angesehen werden kann, er daher nicht mehr die Bedingungen erfüllen würde, die an einen Bezugskörper gestellt werden müssen, der die Rolle des bisher als absolut fest bezeichneten Körpers zu übernehmen hat. In speciellen Fällen kann jedoch näherungsweise auch ein in Rotation begriffener oder der Einwirkung von Kräften ausgesetzter Körper zum absoluten Bezugskörper genommen werden, dann nämlich, wenn der Einfluss der Drehung und Beschleunigung desselben für die Dauer der Beobachtung nicht bemerkbar wird, also unter der Grenze der Beobachtungsfehler liegt. So kann z. B. bei den meisten Bewegungen, die unter der Wirkung der Schwerkraft vor sich gehen, die Erde selbst als Bezugskörper gewählt werden. Sollte auch auf den Einfluss der Drehung der Erde Rücksicht genommen werden müssen wie bei der Theorie des Foucault'schen Pendelversuches, der

Benzenberg'schen Fallversuche u. dgl., so kann doch immer noch ein Coordinatensystem, dessen Ursprung in fester Verbindung mit dem Bewegungsreviere ist und das absolut feste Axenrichtungen hat, als Bezugssystem für die Theorie dieser Erscheinungen vorausgesetzt werden.

Nach diesen Auseinandersetzungen wird das Galilei'sche Princip in der folgenden Form ausgesprochen werden müssen:

„Ein materieller Punkt, der keiner fremden Einwirkung unterworfen ist, bewegt sich hinsichtlich eines Körpers, der gleichfalls keiner fremden Einwirkung unterworfen ist und keine Drehbewegung vollführt, in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit.“

Es käme nun noch in Erwägung, ob es nicht doch empfehlenswert wäre, den früher aufgedeckten und besprochenen Fehler in der Systematik, welchen der jetzt gebräuchliche und soeben durch einen Zusatz richtig gestellte Text des Galilei'schen Princip's birgt, durch eine andere Textierung zu entfernen. Dief's könnte entweder dadurch geschehen, dass ein Anhang in dem Sinne der Maxwell'schen Bemerkung mit in den Text des Trägheitssatzes aufgenommen würde, womit jedoch kaum mehr geleistet würde, als mit der nachträglichen Erklärung, oder dadurch, dass das Galilei'sche Princip gleich zur Definition der Kraft gemacht würde, etwa indem man sagte: „So oft ein Punkt in Bezug auf einen keine Drehung vollführenden Körper sich nicht in gerader Linie oder nicht mit constanter Geschwindigkeit bewegt etc.“ Ich führe diesen Text nicht weiter aus, weil schon der niedergeschriebene Theil erkennen lässt, dass durch eine solche Fassung die fundamentale Thatsache der geradlinigen gleichförmigen Bewegung in den Hintergrund gedrängt würde und so die Grundlagen der Mechanik, wenn auch an Systematik gewinnen, anderseits aber an Klarheit und Übersichtlichkeit verlieren würden. Es ist auch bisher von keiner Seite, also auch nicht von Maxwell ein Vorschlag für eine solche Abänderung gemacht worden und wird deshalb der im Früheren angegebene Text beizubehalten sein.

Zur Vereinfachung der Ausdrucksweise werde ich künftig einen Körper, der keine Rotation ausführt und der als vollkommen un-

abhängig von allen umgebenden Körpern betrachtet werden kann, als Fundamental-Körper (FK) bezeichnen.)*

Unter *Fundamental-Coordinatensystem* (FS) soll analog ein solches verstanden werden, das mit einem Fundamental-Körper in fester Verbindung ist oder in solcher gedacht werden kann.

Die geradlinige gleichförmige Bewegung werde ich kurz als *galileische Bewegung* bezeichnen. Dieselbe ist, wenn nichts gegen-theiliges gesagt ist, immer zu denken in Bezug auf einen Fundamental-Körper.

Es möge jetzt die Bewegung eines FK's bezüglich eines anderen FK's betrachtet und die beiden Körper durch die Buchstaben *A* und *B* unterschieden werden. Dann ist sofort die Richtigkeit des folgenden Satzes einzusehen: „*Jeder Punkt eines Fundamentalkörpers führt bezüglich jedes anderen Fundamentalkörpers eine galileische Bewegung aus.*“

Wir denken uns nun in die beiden FK rechtwinkelige Coordinatensysteme von parallelen Richtungen gelegt. Haben wir ein System von materiellen Punkten gegeben und die für seine Bewegung geltenden Differentialgleichungen aufgeschrieben bezüglich des Systemes *A*, so gelten die Gleichungen auch bezüglich des Systemes *B*, indem die beiden Systeme nur eine relative Geschwindigkeit aber keine relative Beschleunigung haben. Werden die Gleichungen integriert, so werden die für jeden Punkt auftretenden 6 Constanten für die beiden Systeme verschieden sein, indem die Anfangswerte der Geschwindigkeits-

*) Es ist selbstverständlich, dass die für den Fundamentalkörper gestellte Forderung, er solle keine Rotation ausführen und keiner fremden Einwirkung unterworfen sein, nur den Idealfall bildet, der in der Praxis nicht erreicht werden können. Es wird erlaubt sein, alle Körper als Fundamentalkörper zu betrachten, welche für die jeweilige Untersuchung eine Drehung oder fremde Einwirkung weder bemerken noch störend werden lassen. So kann man, wie bereits erwähnt, für die meisten Vorgänge in unserer Umgebung ein mit dem Erdboden fest verbundenes Coordinatensystem als Fundamentalsystem betrachten.

Es verursacht nie Schwierigkeiten zu entscheiden, wann, und mit welcher Beschränkung ein Coordinatensystem als fundamentales angesehen werden kann. Bisher hat man für die als fest bezeichneten Coordinatensysteme überhaupt eine solche Prüfung oder Überlegung nicht angestellt, sondern durch den Instinct das Richtige getroffen.

componenten und der Coordinaten eben den Unterschied der beiden Bezugssysteme bilden. Wenn wir aber bezüglich des Systemes *A* ein Resultat ableiten, das für alle möglichen Anfangsgeschwindigkeiten und Anfangscoordinaten gilt, so folgt sofort, dass dieses Resultat auch für das System *B* gelten muss. Diese Überlegung liefert den folgenden Satz:

„Jedes aus den für ein bestimmtes Fundamental-Coordinatensystem aufgestellten Differentialgleichungen der Bewegung abgeleitete Resultat, das von den Werten der Integrationsconstanten unabhängig ist, gilt auch für jedes beliebige andere dem ersteren parallele Fundamental-Coordinatensystem in gleicher Weise.“

Die hier vertretene Determination des Bezugssystems und die daraus gewonnenen Consequenzen ziehen eine veränderte Auffassung mancher Probleme der Mechanik nach sich.

Wurde bisher von einem Satze, der für ein als fest bezeichnetes Coordinatensystem bewiesen war, gezeigt, dass er auch Giltigkeit hat für ein dem ersteren paralleles in Translation von constanter Geschwindigkeit begriffenes, so betrachtete man diese beiden Fälle als wesentlich verschieden, und glaubte durch die Analysis eine Erweiterung des zuerst gefundenen Resultates herbeigeführt zu haben. Wir aber werden nun das erste wie das zweite Coordinatensystem für fundamentale und für vollkommen gleichartig erklären. Die Differentialgleichungen der Bewegung müssen für das eine System so gut gelten wie für das andere, und wenn das gefundene Resultat von den Werten der Integrationsconstanten unabhängig ist, so muss auch dieses ohne weitere Rechnung für beide Systeme giltig sein. Wird daher eine Übertragung unter Aufwand von analytischen Entwicklungen vorgenommen, so ist ein solches Unternehmen für ein ganz überflüssiges zu erklären.

Ein Beispiel der eben besprochenen Art findet sich bei der Behandlung der Laplace'schen Sätze. Einer dieser Sätze sagt aus, dass bei einem nur inneren Kräften unterworfenen Massensysteme die Massenmomente der Flächengeschwindigkeiten für die ganze Dauer der Bewegung eine constante Summe besitzen. Diese Thatsache ist unabhängig nicht nur von der Anzahl und dem Massenwerte der materiellen Punkte sondern auch von deren Lagen- und Geschwindigkeitsverhältnissen; sie gilt da-

her mit Bezug auf jedes beliebige FS und die gewöhnlich gelieferte Übertragung vom sogenannten absolut festen auf das bewegliche Coordinatensystem hat ihren Grund nur in der unrichtigen Auffassung des Bezugssystems.

Man muss sich an die Vorstellung gewöhnen, dass der Ersatz eines Fundamentalsystems durch ein anderes ganz in Parallele zu stellen ist mit der Verlegung des Coordinatensystemanfangspunktes. Während in dem letztgenannten Falle bei der Constantenbestimmung nach der Integration die Anfangswerte der Coordinaten andere werden, findet in dem ersteren Falle diese Veränderung nicht nur in den Anfangswerten der Coordinaten sondern auch in den Anfangswerten der Geschwindigkeitscomponenten statt. Ein anderer Unterschied besteht nicht.

Da in dem früher herangezogenen Beispiele der Massenmittelpunkt des nur inneren Kräften unterworfenen Systems eine galileische Bewegung ausführt, so kann das Coordinatensystem mit seinem Ursprung in den Massenmittelpunkt des Massensystems gelegt werden, ohne dadurch die Eigenschaft zu verlieren, ein Fundamentalsystem zu sein. Man hat dann die letztere Lage als einen speciellen Fall des sogenannten absolut festen Coordinatensystems zu betrachten.

Es wird diese neue Auffassung durchaus nicht hindern z. B. die Bewegung der Theile einer geplatzen auf dem Eise dahingleitenden Kanonenkugel, wenn sie auf die Eisfläche bezogen wird als absolute, sobald sie auf ein in den Massenmittelpunkt der Kugel als Anfangspunkt gelegtes Coordinatensystem bezogen wird, als relative zu bezeichnen. Man darf nur nicht vergessen, dass der letztere Fall nicht wesentlich verschieden von dem ersteren ist.

Von einer relativen Bewegung, die nicht mit einer absoluten identificiert werden kann, ist jedoch immer zu sprechen, falls das Coordinatensystem eine Drehung ausführt. So sind alle Probleme der Bewegung von Körpern an der Erdoberfläche, welche sich durch die Rücksichtnahme auf die Axendrehung der Erde ergeben, nur als Probleme der relativen Bewegung zu bezeichnen.

Wenn wir uns an die analytische Behandlung der Probleme der relativen Bewegung erinnern, bei welchen eine ganz be-

liebige Verschiebung des einen Coordinatensystems gegen das andere vorausgesetzt ist, so wissen wir, dass zur Auffindung der relativen Bewegung eines Massenpunktes, also Bewegung in Bezug auf ein nicht fundamentales System, zu den Beschleunigungscomponenten der gegebenen Kräfte noch hinzuzusetzen sind die Componenten der entgegengesetzt genommenen Beschleunigung des mit dem Massenpunkte zusammenfallenden Systempunktes des relativen Bezugssystems und die Componenten der sogenannten zusammengesetzten Centrifugalbeschleunigung, letztere dem bekannten Produkte gleich und in dem bekannten Sinne genommen.

Setzen wir nun die gegebenen Kräfte, also auch deren Beschleunigungen gleich Null, so bleiben noch die Componenten der zwei zuletzt genannten Beschleunigungen. Eine galileische Bewegung des Punktes würde nur dann eintreten, wenn auch diese zwei Beschleunigungen gleich Null gesetzt würden, was der Forderung gleich käme, dass das System, auf welches die Bewegung des Massenpunktes als relative Bewegung bezogen werden soll, gegen das FS weder eine translatorische Beschleunigung, noch eine Winkelgeschwindigkeit besitze; mit anderen Worten, wir erfahren, was wir ohnediefs wissen: Eine galileische Bewegung ohne vorhandene Kräfte kann nur dann eintreten, wenn das Bezugssystem ein fundamentales ist.

Den vorgebrachten Erörterungen zufolge ergibt sich ein principieller, bisher nicht beachteter Unterschied zwischen dem physikalischen und dem geometrischen Coordinatensysteme. Derselbe besteht in Folgendem: Das physikalische Coordinatensystem kann ohne Hereinziehung der Materie nicht determiniert werden; das geometrische kann construiert werden ohne Bezugnahme auf die physikalischen Eigenschaften der materiellen Körper.

Das physikalische Coordinatensystem ist in dem einfachsten und gewöhnlichsten Falle das von mir als FS bezeichnete*). In allen anderen Fällen muss seine Beziehung zu einem FS vollständig bekannt sein; physikalische Systeme dieser letzteren

*) Selbstverständlich kann dasselbe ebensogut wie ein rechtwinkeliges, auch ein Polarcoordinatensystem oder von beliebig anderer Gattung sein.

Art treten auf bei der Bestimmung der relativen Bewegung von Punkten in Bezug auf die sich drehende Erde.

Für die Probleme der Geometrie der Bewegung kann hingegen jedes Coordinatensystem verwendet und in Bezug auf dasselbe die Bewegung eines Punktes oder eines geometrischen Körpers bestimmt werden. Hier ist nämlich die Bewegung einer Figur bezüglich des Coordinatensystems für jeden Zeitmoment gegeben. Man kann daher das Coordinatensystem in beliebiger Bewegung, z. B. in rascher Rotation denken und dennoch wird die Bewegung der Figur relativ gegen das Coordinatensystem dieselbe bleiben, eben weil diese Bewegung nur als eine relative gegeben ist.

In den Problemen der Mechanik sind nur die Anfangswerte der Lagen und der Geschwindigkeiten gegeben; für die späteren Zeiten ist die Bewegung auf Grund der Naturgesetze, welche in den drei Principien ausgesprochen sind und auf Grund der namhaft gemachten Werte der Beschleunigungen vorher zu berechnen. Das Resultat stimmt ausserdem nur mit der Erfahrung, wenn das der Beobachtung zu Grunde gelegte Coordinatensystem die verlangten physikalischen Eigenschaften hat.

Werden daher Aufgaben in der Geometrie der Bewegung behandelt und die Resultate auf die Mechanik übertragen, so muss jedesmal Umschau gehalten werden, ob die Voraussetzungen, welche der Lösung zu Grunde gelegt worden sind, wol auch solche sind, welche erfahrungsgemäss bei den materiellen Körpern eintreten, d. h. vor allem, ob diese Voraussetzungen mit den drei Grundprincipien übereinstimmen. Bei dem Vergleiche des Resultates der Rechnung mit der Erfahrung muss ferner darauf Bedacht genommen werden, dass die Bewegungen beobachtet werden mit Bezug auf ein physikalisches Coordinatensystem, für welches allein die bei der Übertragung des Problemes aus der Geometrie in die Mechanik gemachten Voraussetzungen eintreffen.

Zur Erläuterung des Gesagten führe ich zwei spezielle einfache Fälle an.

Die Bestimmung der Verhältnisse der gleichzeitigen Winkelgeschwindigkeiten der verschiedenen Räder beim Ablaufen eines

Uhrwerkes ist ein Problem der Geometrie der Bewegung; der Vorgang ist vom Trägheitsprincipe unabhängig. Soll die Rechnung durch eine Beobachtung geprüft werden, so denke man sich als Bezugssystem für dieselbe ein ebenes Polarcoordinatensystem, das den Ebenen der Räder parallel liegt. Während der Beobachtung kann dann das Uhrwerk beliebig rasch auf beliebige Weise bewegt, also auch das Bezugssystem beliebig gedreht sowie hin und her bewegt werden, dennoch wird immer Rechnung und Beobachtung übereinstimmen.

Als Gegenstück zu dem vorgeführten Beispiele betrachte man den folgenden Vorgang: Es wird bekanntlich in der Bewegungsgeometrie von allen Bewegungen zuerst die geradlinige, gleichförmige des geometrischen Punktes untersucht und für den zurückgelegten Weg die Gleichung $s = ct$ gefunden. Wenn nun auf einem Tische, der für den vorliegenden Zweck als absolut glatt gedacht werden soll, ein gleichfalls absolut glatter Körper fortgestossen wird, so wird die Beobachtung des nun eintretenden Vorganges und das Resultat der Bewegungsgeometrie in Übereinstimmung sein, und dies zwar deshalb, weil der früher für die ganze Dauer der Beobachtung als gegeben angenommene Vorgang der Bewegung mit unveränderter Richtung und Geschwindigkeit, bei dem materiellen Punkte, obgleich jetzt nur die Anfangsgeschwindigkeit willkürlich eingeführt wird, in Folge der Giltigkeit des Galilei'schen Principes wirklich eintritt. Man wird nun vielleicht geneigt sein zu glauben, dass, so oft während des ersten Zeitelementes dieselben Verhältnisse wie in dem eben betrachteten Falle auftreten und auch in der Anordnung, kurz der gesammten Configuration der Umgebung keine Änderung eingetreten ist, immer die Bewegungserscheinungen dem in der Bewegungsgeometrie betrachteten Falle entsprechen müssen.

Nun denke man sich aber die Beobachtung in der Gondel eines Luftballons angestellt, diesmal aber Ballon und Gondel in Drehung begriffen, während früher stillschweigend vorausgesetzt wurde, dass keine solche Drehung vorhanden war; nun wird, wenn auch der Anfangszustand in Bezug auf den Tisch gerade so gewählt wird wie in dem früheren Falle, jetzt die Beobachtung nicht mehr Übereinstimmung mit der Rechnung

zeigen, sondern die Bewegung wird, wenn wir dieselbe vom Mittelpunkte der Tischfläche des in der Mitte der Gondel stehenden Tisches ausgehen lassen, in einer Archimedischen Spirale erfolgen, die Geschwindigkeit wird in Bezug auf den Tisch zunehmen, und der zurückgelegte Weg auch nicht mehr der obigen Gleichung entsprechen. Will man die jetzige Bewegung der Rechnung unterwerfen, so wird es notwendig werden, die Drehung der Gondel in Bezug auf ein Fundamentalsystem einzuführen.

Diese Fälle illustrieren, wie ich glaube, zur Genüge den Unterschied zwischen den Problemen der Geometrie und denen der Mechanik; sie verweisen uns auf die Notwendigkeit, bei der Übertragung von Problemen der Bewegungsgeometrie auf solche der Mechanik vorerst jenes physikalische Coordinatensystem aufzusuchen, — es wird in der Mehrzahl der Fälle ein fundamentales sein —, für welches die in der Bewegungsgeometrie gemachten Voraussetzungen thatsächlich zutreffen.

Da vielleicht die Meinung auftauchen wird, ich hätte auf ganz bekannte und sich von selbst verstehende Dinge unnötig viel Worte verwendet, so verweise ich auf den nächsten Abschnitt, in welchem ich auf die Frage zurückkommen und wo ich zeigen werde, dass gerade in den besprochenen Verhältnissen bisher grosse Unklarheit geherrscht hat, und dass die Meinung, als könnte zum Bezugssysteme der Mechanik ein beliebiges System, das keiner physikalischen Definition bedarf, genommen werden, derzeit unter den hervorragendsten Autoren Anhänger hat.

Bevor ich dieses Capitel verlasse, muss ich noch eines Einwandes Erwähnung thun, der vielleicht gegen die Definition des Fundamentalsystems gemacht werden könnte und der, falls er begründet wäre, eine andere Formulierung des Galilei'schen Principis nach sich ziehen müsste.

Es könnte nämlich vielleicht die Behauptung aufgestellt werden, dass die Experimente, durch welche die Drehung eines Körpers physikalisch erkannt wird, notwendig an die Giltigkeit des Galilei'schen Principis gebunden seien, so dass gewissermassen die Bewegung des unbeeinflussten Punktes darüber ent-

scheiden würde, ob wir den Körper, auf welchen die Bewegung bezogen wird, als drehend oder directionell ruhend ansehen; die angeführten complicierten Experimente würden dann nur als Einkleidungen dieses einfachen Grundsatzes erscheinen, welche für die bequeme experimentelle Ausführung erdacht worden sind. Nach dieser Ansicht würde in den Centrifugalerscheinungen, in dem gyroskopischen Compasse versteckter Weise doch nur das Galilei'sche Princip selbst dazu verwendet werden, um diejenigen Körper aufzufinden, von welchen wir nachträglich behaupten, dass für sie als Bezugskörper das Galilei'sche Princip gilt. Das Gerippe der Argumentation wäre demnach folgendes: Durch die Bewegung des unbeeinflussten Punktes erkennen wir Körper, für welche als Bezugskörper die Bewegung des Punktes geradlinig ist (dieses begrifflich einfache, aber schwer auszuführende Experiment kann auch durch andere, leichter auszuführende, mit dem einfachen gleichwertige, ersetzt werden); solche Bezugskörper, für welche die Bewegung geradlinig ist, nennen wir directionell ruhende; von diesen können wir dann (Galilei'sches Princip) aussagen, dass ein nicht beeinflusster Punkt sich in Bezug auf sie in gerader Linie bewegt.

Die Argumentation wäre daher in dieser Form eine Selbsttäuschung, nämlich ein logischer Cirkel.

Um denselben zu vermeiden, müsste das Galilei'sche Princip umgekehrt und folgendermaßen gefasst werden: „Unter den Körpern, welche keiner fremden Einwirkung unterworfen sind, gibt es solche, bezüglich deren sich ein materieller Punkt, der gleichfalls keinerlei Einwirkung unterworfen ist, in gerader Linie bewegt; solche Körper nennen wir directionell ruhende. Die Geschwindigkeit des Punktes ist constant.“

Doch auch, wenn die nun zu Grunde gelegte Ansicht berechtigt wäre und das Galilei'sche Princip in der eben gebrachten veränderten Form ausgesprochen werden müsste, hätte die Forderung, dass das physikalische Bezugssystem als solches definiert werden müsse, aufrecht zu bleiben, ja die Definition würde in der Fassung des Galilei'schen Princip selbst erhalten sein. Alle Nachtheile, die aus der Nichtberücksichtigung dieser Verhältnisse bisher erwachsen sind, von denen ich schon einige namhaft gemacht habe, die ich aber im nächsten

Abschnitte noch eingehender zur Sprache bringen werde, bleiben auch dann noch unter Hinweis auf den Unterschied des geometrischen und physikalischen Coordinatensystems durch Einführung des letzteren zu beseitigen.

Ich halte jedoch diese Abweichung von der Newton'schen Fundierung der Mechanik für nicht geboten, und zwar scheinen mir für diese Ansicht die folgenden Gesichtspunkte massgebend.

Dass derjenige Theil des Galilei'schen Princips, welcher die constante Geschwindigkeit des Punktes ausspricht, mit der Richtungsbestimmung nichts zu thun hat, leuchtet sofort ein und liesse sich auch auf einfache Weise begründen. Ich habe deshalb in der zuletzt gegebenen umgekehrten Form des Galilei'schen Princips die Thatsache der constanten Geschwindigkeit getrennt von dem sich auf die Richtungsbestimmung beziehenden Theile hingestellt.

Es kann sich also nur darum handeln, zu überlegen, ob die Richtungsbestimmung z. B. durch den gyroskopischen Compass notwendig an die Bedingung geknüpft ist, dass ein sich selbst überlassener materieller Punkt sich in Bezug auf einen durch den gyroskopischen Compass als directionell ruhend erkannten Körper in gerader Linie bewegt.

Dass diese Abhängigkeit jedoch nicht vorhanden ist, lässt uns sogleich der Umstand erkennen, dass wir ja das Experiment mit dem gyroskopischen Compass stets in einem Reviere vornehmen, in welchem das Galilei'sche Princip nur in der Abstraction giltig ist. Würden sich Punkte von der rotierenden Scheibe lostrennen, so würden sich dieselben nicht galileisch, sondern in Parabeln weiter bewegen.

Von diesem Gedanken ausgehend könnte man leicht die Phantasie Weltsysteme construieren lassen, in welchen andere Naturgesetze gelten und dennoch eine Richtungsfixierung durch den gyroskopischen Compass oder die Centrifugalerscheinungen möglich wäre.*)

*) Wir wollen annehmen, es sei gelungen das die elektrischen Fernwirkungen übertragende Medium, den Elektrizitätsäther, näher zu erkennen und alle Bewegungen in Bezug auf dasselbe zu bestimmen. Es habe sich auch gezeigt, dass der Elektrizitätsäther nach den für uns geltenden Begriffen directionell ruhend sei.

Wir werden dann zu folgern haben, dass die Centrifugalerscheinungen wol aus dem Galilei'schen Principe abgeleitet werden können, dass jedoch der umgekehrte Weg nicht möglich ist, weil sich andere von dem Galilei'schen Principe verschiedene Naturgesetze aufstellen liessen, bei welchen diese Erscheinungen gleichfalls auftreten würden.

So können auch die elektrodynamischen Wechselwirkungen zweier geschlossener Ströme auf Grundlage verschiedener Gesetze gerechnet werden, von denen jedes, wenn es keine anderen als die genannten elektrischen Erscheinungen gäbe, als Naturgesetz aufgefasst werden könnte. Die verschiedenen Gesetze stimmen daher in einzelnen Anwendungen überein; die letzteren erlauben uns aber keine Entscheidung für das eine oder das andere der Gesetze.

Der supponierte Cirkel ist also unterbrochen; man wird daher das Galilei'sche Princip in der von Newton aufgestellten und nun ergänzten Form als ein neues Erfahrungsergebnis einzuführen haben, nachdem schon vorher die directionelle Ruhe als eine absolut zu bestimmende Thatsache durch Experimente erkannt worden ist.

Nun werde weiters angenommen, es gäbe im Weltraume eine Region, in der sich ein gegen den Elektrizitätsäther vollkommen ruhender Weltkörper befände. Die Bewohner jenes Weltkörpers hätten jedoch durch Beobachtung gefunden, dass alle Körper eine gewisse Polarität besässen, welche schon jedes Molecül an sich trüge. Die Polaritätsaxe eines aus Molecülen zusammengesetzten Körpers bestimme sich durch die Lagen seiner Molecüle und deren Polaritätsaxen. Die Erfahrung habe nun gezeigt, dass eine Bewegung in gerader Linie eines sich selbst überlassenen Körpers nur dann eintrete, wenn die Richtung der mitgetheilten absoluten (in Bezug auf den Äther verstandenen) Geschwindigkeit mit der Richtung der Polaritätsaxe zusammenfalle; in allen anderen Fällen sei die Bahn eine Curve, deren jeweiliger Krümmungsradius eine Function des durch die Richtung der Geschwindigkeit und der Polaritätsaxe bestimmten Winkels ist.

Eine Überlegung wird lehren, dass auch auf jenem Weltkörper bei absoluter Kreisbewegung eines Systemes Centrifugalkräfte, unter Umständen, d. h. je nach der Stellung der Polaritätsaxe gegen den Radius des Kreises und der Grösse des letzteren, auch Centripetalkräfte auftreten werden, und dass dort ähnlich wie in den Newton'schen Experimenten durch diese Centralkräfte die wahre Kreisbewegung auch ohne Bezugnahme auf den Äther von der blos scheinbaren wird unterschieden werden können.

III.

Historisch-kritische Umschau.

Nachdem nun die physikalischen Mittel angegeben worden sind, durch welche jene Körper erkannt werden können, bezüglich deren ein sich selbst überlassener materieller Punkt sich in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit bewegt, wird es von Interesse sein, einerseits die bisher zu Tage getretenen Bestrebungen nach Auffindung des physikalischen Bezugssystemes zu verfolgen, andererseits die Irrthümer, Unklarheiten und Schäden aufzudecken, die der Mangel einer Basis für die Betrachtungen der Mechanik notwendig nach sich ziehen musste. Ich werde deshalb jetzt aus den Werken der bekanntesten Autoren eine vergleichende Übersicht in dem angegebenen Sinne zusammenzustellen versuchen. Es wird sich hiebei auch reichlich Gelegenheit bieten die Richtigkeit der aufgestellten Definitionen zu erhärten.

Der erste, der in ganz bestimmter Weise darauf hingewiesen hat, dass die Ausdrücke „Lage“ und „Bewegung“ ein Substrat für die Beziehung verlangen, war Leonhard Euler. Ihn haben diese Fragen sein ganzes Leben hindurch auf das lebhafteste beschäftigt, und wol kein Autor nach ihm hat so viel über diesen Gegenstand geschrieben. Es wird deshalb gerechtfertigt sein, wenn ich mich mit den Arbeiten dieses hervorragenden Mannes besonders eingehend beschäftige.

Um nicht zu weitschweifig zu werden, will ich jedoch nicht auf seine *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, Petropolis 1736 zurückgreifen, sondern beginne gleich mit der in den Berichten der Berliner Academie im Jahre 1748 publicierten

Abhandlung „Réflexions sur l'espace et le temps“*), auf welche zu verweisen ich schon einmal Veranlassung hatte. In derselben erörtert Euler eingehend die Notwendigkeit eines bestimmten Substrates für die Bewegung, erkennt, dass dasselbe in den zufällig umgebenden Körpern nicht gefunden werden kann und behauptet deshalb eine eigene Realität des Raumes. Man kann sich des Gedankens nicht erwehren, Euler habe sich den Raum nach Art einer unbewegten Flüssigkeit gedacht, deren einzelne Partikelchen unterscheidbar sind, so dass man Distanzen mit Bezug auf sie bestimmen kann.

Ich werde hier einige Citate aus jener merkwürdigen Schrift beibringen, da dieselbe eine Ansicht vertheidigt, die bis auf die neueste Zeit in mehr oder minder versteckter Weise den meisten Lehrgängen der analytischen Mechanik zu Grunde liegt. Der Unterschied der neueren Darstellungen, die übrigens von der wenig gekannten Schrift Euler's unabhängig sind, gegen die des genannten Autors, liegt hauptsächlich darin, dass die Autoren unseres Jahrhunderts die schroffen Consequenzen, vor denen Euler nicht zurückgeschreckt ist, vermieden haben. Bei genauerer Verfolgung der aufgestellten Ansichten hätten sie dieselben jedoch gleichfalls ziehen müssen. Wer eben nie von etwas anderem als der Lage gegen den Raum, der absoluten Bewegung, welche direct auf den Raum bezogen ist, spricht, der muss notwendig den Raum sich als etwas greifbares denken, an dessen einzelne Theile man einen Maßstab ansetzen und gegen dessen Punkte man visieren kann.

Wenn wir Euler's späteres Werk, die *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*, 1765, aufschlagen, so werden wir nach der Lektüre der ersten Seiten glauben müssen, Euler habe die in der Schrift von 1748 ausgesprochenen Ansichten verlassen. Schreiten wir aber zum zweiten Capitel dieses Buches vor, so finden wir doch wieder die Ansichten von 1748. Euler konnte dieselben, obgleich sie ihm bei ruhiger Überlegung als falsch erscheinen mussten, dennoch nicht entbehren, da er

*) Histoire de l'Académie Royale des sciences et belles lettres, Tom. IV, Berlin 1750, pag. 324—333.

Ich bemerke, dass ich bei Citaten die Orthographie der Originale gemäss der jetzt gebräuchlichen umgestaltet habe.

auch durch die im Eingangscapitel vertheidigten Anschauungen zu keinem brauchbaren Resultate gelangt war.

Ich wende mich nun zur Besprechung der Academieschrift von 1748. Euler ist in derselben, wie bereits erwähnt, der Ansicht, dass die Bewegung eines Körpers keineswegs in Beziehung auf andere Körper (Bezugskörper), er nennt sie umgebende Körper, bestimmt werden dürfe. Bei dieser Auffassung leiten ihn Überlegungen der folgenden Art:

(S. 327.) „IX. Supposons, pour mieux fixer nos idées, que le corps A est dans une eau dormante, et pendant qu'il demeure au même lieu, il demeurera aussi dans le même voisinage des particules d'eau, qui l'entourent, et ce corps se réglera également sur la règle de mathématique que sur celle de métaphysique. Mais supposons à présent, que l'eau commence à couler, et selon la règle de mathématique le corps restera néanmoins dans le même lieu, à moins qu'il ne soit entraîné peu à peu par la force de l'eau. Or selon la règle métaphysique ce corps devrait d'abord suivre parfaitement le mouvement de l'eau, pour se conserver dans le voisinage des mêmes particules de l'eau, qui l'avaient environné auparavant. Dans ce cas donc la règle tirée de la Métaphysique ne sera plus conforme à la vérité.“

Unter règle de la Métaphysique versteht Euler den Satz, dass die Ortsbestimmung hinsichtlich der umgebenden Körper gemacht werden müsse. Der Fehlschluss Euler's ist leicht zu bemerken. Die relative Ruhe bleibt ungestört, solange keine Kraft eingreift. Sowie jedoch entweder an dem Körper oder an der umgebenden Flüssigkeit eine Kraft auftritt, muss die relative Lage eine Veränderung erleiden. Die von Euler beanstandete règle métaphysique, welche die Relativität der Bewegung behauptet, ist, da es sich hier um eine Translation handelt, ganz richtig und Euler vergisst nur, dass derselbe Fall vorliegt, als hätte man statt der Flüssigkeit den Körper selbst durch eine Kraft beeinflusst.

Euler glaubt nun eine andere Ansicht aufstellen zu müssen, die man am besten aus der folgenden Stelle erfährt.

S. 328 im Artikel XI heisst es: „Donc cette inertie, comme nous venons de voir, ne se règle point sur les corps voisins; mais il est bien sûr, qu'elle se règle sur l'idée du lieu, que les

Mathématiciens regardent comme réelle, et les Métaphysiciens comme imaginaire.“

S. 329, oben „Or on ne saurait dire, que ce principe (nämlich das Trägheitsprincip) de Mécanique soit fondé sur une chose, qui ne subsiste que dans notre imagination: et de là il faut conclure absolument, que l'idée mathématique du lieu n'est pas imaginaire, mais qu'il y a quelque chose de réel au monde, qui répond à cette idée. Il y a donc au monde, outre les corps qui le constituent, quelque réalité, que nous nous représentons par l'idée du lieu.“

S. 330, Artikel „XVII. La réalité de l'espace se trouvera encore établie par l'autre principe de la Mécanique, qui renferme la conservation du mouvement uniforme selon la même direction. Car si l'espace et le lieu n'étaient que le rapport des corps coëxistants, qu'est-ce que serait la même direction? On sera bien embarrassé d'en donner une idée, par la seule relation mutuelle des corps coëxistans, sans y faire entrer celle de l'espace immobile. Car de quelque manière, que les corps se meuvent et changent de situation entr'eux, cela n'empêche pas, qu'on ne conserve une idée assez claire d'une direction fixe que les corps tâchent de suivre dans leur mouvement, malgré tous les changements, que les autres corps subissent. D'où il est évident, que l'identité de direction, qui est une circonstance fort essentielle dans les principes généraux du mouvement, ne saurait absolument être expliquée par la relation, ou l'ordre des corps coëxistants. Donc il faut qu'il y ait encore quelque autre chose de réel, outre les corps, à laquelle se rapporte l'idée d'une même direction; et il n'y a aucun doute, que ce ne soit l'espace, dont nous venons d'établir la réalité.

Hier befindet sich Euler auf richtiger Fährte. Seine Gedanken konnten aber nicht nutzbar werden, da er, wie aus der nun folgenden Stelle zu ersehen ist, Richtungsbestimmung und Translationsbewegung in Parallele stellte und so notwendig in dem letzteren Falle auf Widersprüche kommen musste.

Wir finden im Artikel XIX (S. 332) die Stelle:

„Car nous concevons, et le principe du mouvement nous apprend, que lorsqu'un corps parcourt des espaces égaux,

l'égalité des espaces ne dépend nullement des autres corps, qui l'environnent, et qu'elle demeure la même, à quelques changements que soient exposés les autres corps."

Der Irrthum in diesem Satze liegt zu Tage. Euler spricht mit den Worten „*lorsqu'un corps parcourt des espaces égaux*“ dem bewegten Körper die Eigenschaft der gleichförmigen Bewegung zu, ohne ein Substrat für die Beziehung namhaft zu machen. Er denkt die gleichen Strecken offenbar in seinem materialisierten Raume abgemessen und gleichsam eingetragen. Bei diesem Verfahren muss freilich die relative Bewegung zu den anderen Körpern gleichgültig werden.

Dem Wesen nach ist die Erhebung des Raumes zu etwas realem, das jedoch von Niemand wahrgenommen, daher auch von Niemand zu einer Lagenbestimmung verwendet werden kann, gleichbedeutend mit der Creirung des Körpers Alpha; denn so wenig die Bewegung eines materiellen Punktes bezüglich des Raumes beobachtet werden kann, ebensowenig kann dieß hinsichtlich des unbekanntes Körpers Alpha geschehen. Die eine Aussage sowie die andere ist eine Selbsttäuschung.

Dass zwischen den beiden Auffassungen die angegebene Verwandtschaft besteht, gibt Neumann selbst zu, indem er S. 20 seiner Schrift sagt:

„Man pflegt den Körper Alpha in der Regel zu ignorieren; man spricht von dem absoluten Raum, von der absoluten Bewegung. Das dürften nur andere Worte für dieselbe Sache sein. Denn der Charakter, das eigentlich Wesentliche der sogenannten absoluten Bewegung besteht (wie Niemand bestreiten dürfte) darin, dass alle Ortsveränderungen bezogen werden auf ein und dasselbe Objekt, und zwar auf ein Objekt, welches räumlich ausgedehnt und unveränderlich, übrigens nicht näher angebbar ist. Nun dieses Objekt ist es, welches von mir bezeichnet wurde als ein unbekannter starrer Körper, bezeichnet wurde als der Körper Alpha.“

Noch bestimmter und anknüpfend an den eben citierten Neumann'schen Ausspruch äussert sich Riehl in einer Anmerkung Bd. II S. 92 seines schon citierten Werkes. Er setzt zu der wiedergegebenen Stelle noch hinzu „vielmehr sind das nur andere Worte“.

Vergleichen wir nun mit der von Euler in der Academieschrift vertretenen Ansicht, die in dessen 17 Jahre später veröffentlichten *Theoria motus**) gleich in den ersten Sätzen ausgesprochene. Das Werk beginnt mit den Worten: (Capitel I, Erklärung 1. S. 3.)

„§. 1. Sowie die Ruhe ein beständiges Verharren an demselben Orte ist, ist die Bewegung eine beständige Veränderung des Ortes. Man sagt nämlich, ein Körper ruhe, wenn man wahrnimmt, dass er stets an demselben Orte haften bleibt; von einem Körper, welcher mit dem Verlauf der Zeit nach anderen und anderen Orten folgt, sagt man, dass er sich bewege.

Erläuterung 1.

§. 2. Obgleich die Bezeichnungen der Ruhe und der Bewegung an sich ganz klar zu sein scheinen, so ist es doch, um eine genauere Kenntniss derselben zu erlangen, angemessen, dass man die einzelnen Ideen, welche ihnen zu Grunde liegen, aufmerksam betrachte. Zuerst tritt uns die Idee des Ortes entgegen, was aber ein Ort sei, lässt sich nicht leicht erklären. Diejenigen, welche sich den unermesslichen Raum vorstellen, worin die ganze Welt sich befindet, nennen die Theile desselben, welche von Körpern eingenommen werden, ihre Orte. Wegen der Ausdehnung muss nämlich jeder Körper einen ihm gleichen Theil des Raumes einnehmen und gleichsam ausfüllen. Wir können aber die Bedeutung dieses Raumes nur durch Abstraction auffassen, indem wir im Geiste alle Körper aufheben und dasjenige, was alsdann nach unserer Vorstellung übrig bleibt, den Raum nennen. Wir nehmen demnach an, dass, nachdem alle Körper fortgenommen sind, ihre Ausdehnung noch übrig bleibe; eine Auffassung, welche die Philosophen mit vielen Gründen zu bekämpfen pflegen. Es scheint ferner diese Frage nicht eher abgeschlossen werden zu können, bevor nicht eine entsprechende Idee der Bewegung aufgestellt worden ist. *Da wir nun aber derartige bedenkliche Abstractionen verschmähen, müssen wir die Sache so erwägen, wie sie uns unmittelbar in die Sinne tritt und werden demnach über die Bewegung eines beliebigen*

*) L. Euler, Theorie der Bewegung fester oder starrer Körper. Übersetzt und herausgegeben von J. Ph. Wolfers. Greifswald 1853.

Körpers auf keine andere Weise urtheilen können, als indem wir ihn auf andere ihn umgebende Körper beziehen. So lange er in Bezug auf diese seine Lage beibehält, pflegen wir zu sagen, dass er an demselben Orte verharre, wenn er aber in eine andere Lage gelangt ist, sagen wir, er habe seinen Ort verändert.“

Im nächsten Paragraphen erörtert Euler die Frage, wie viel Distanzen gegeben sein müssen um die Lage eines Punktes zu bestimmen, und findet nach einer einfachen Überlegung, dass die Distanzen von 3 Fundamentalpunkten die Lage des zu bestimmenden Punktes noch zweideutig lassen, zur eindeutigen Bestimmung deshalb 4 Fundamentalpunkte gewählt werden müssen. In den meisten Fällen werden jedoch 3 Punkte ausreichen; diefs immer, sobald man weiss, auf welcher Seite des durch die 3 Punkte gebildeten Fundamentaldreieckes der zu bestimmende Punkt gelegen ist.

Ich kann es mir nicht versagen, noch einige den folgenden Seiten entnommene Sätze anzuführen, welche in vortrefflicher Weise das wahre Verhältniss unserer Erkenntniss von Ruhe und Bewegung aussprechen. Die Sätze verlangen nur die eine Beschränkung, dass, so oft von der Bewegung von Körpern die Rede ist und an materielle Körper gedacht wird, das Gesagte nur dann gilt, wenn die Bewegungen translatorischer Natur sind. Dadurch, dass Euler die Notwendigkeit dieser Beschränkung nicht erkannt hat, musste er, worauf ich schon einmal hingewiesen, später mit seinen Anfangs aufgestellten Behauptungen in Widerspruch geraten und sie deshalb aufgeben.

Wir finden auf S. 6: „§. 8. Hier haben wir eine wirkliche Erklärung der Ruhe, welche in keine vagen und imaginären Ideen verwickelt, aber mit der Idee eines beliebigen Körpers verbunden ist, in Bezug auf welchen der Punkt O sich in Ruhe befindet. *Es ist nicht klar, was die absolute Ruhe sei, welche von dem Begriff eines solchen Körpers getrennt ist.“*

Wer mit den Schriften Kant's genau vertraut ist, wird vielleicht vermuten, die in Euler zwischen 1748 und 1765 eingetretene Gesinnungsänderung sei der mittlerweile (1758) erschienenen Kant'schen Schrift „Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe und der damit verknüpften Folgerungen in den ersten Gründen der Naturwissenschaft“ zuzuschreiben. Diese Schrift

des grossen Königsberger Philosophen lässt sich am besten durch die folgende Stelle charakterisieren, deren zweiter Theil es verdienen würde in ehernen Lettern über jedem Hörsaale der Physik angebracht zu werden, damit nie ohne weitere Erklärung von einer Bewegung eines Punktes in Bezug auf den Raum oder von einem im Raume festen Coordinatensysteme gesprochen werde. Die Stelle lautet:

„Jetzt fange ich an einzusehen, dass mir in dem Ausdrucke der Bewegung und Ruhe Etwas fehlt. Ich soll ihn niemals in absolutem Verstande brauchen, sondern immer *relative**). Ich soll niemals sagen: ein Körper ruht, ohne dazu zu setzen, in Ansehung welcher Dinge er ruhe, und niemals sprechen, er bewege sich, ohne zugleich die Gegenstände zu nennen, in Ansehung derer er seine Beziehung ändert. Wenn ich mir auch gleich einen mathematischen Raum leer von allen Geschöpfen als ein Behältniss der Körper einbilden wollte, so würde mir dieses doch nichts helfen. Denn wodurch soll ich die Theile desselben und die verschiedenen Plätze unterscheiden, die von nichts Körperlichem eingenommen sind?“**)

Ich glaube jedoch nicht, dass diese Stelle Kant's auf die Ansichten Euler's von Einfluss gewesen ist, obgleich Zeit und Inhalt einer solchen Vermutung günstig wären; denn wir erfahren aus einer Stelle, die sich in den später mitgetheilten Citaten findet, dass Euler von den „Philosophen“ (im Widerspruch mit der 1748 den Philosophen als *règle métaphysique* imputierten Ansicht) voraussetzt, sie wollten die absolute Bewegung als einen selbständigen Begriff aufstellen. Es scheint also Euler andere philosophische Schriften als die Kant's gelesen zu haben.

*) Dass die Unveränderlichkeit der Richtungen nicht in gleiche Linie mit der Unveränderlichkeit der Lage gestellt werden darf, hat Kant erst später auf Grundlage des Newton'schen Scholiums erkannt. Die hier benützte Schrift ist 28 Jahre vor den „Metaphysischen Anfangsgründen etc.“ erschienen. — Ich muss übrigens noch bemerken, dass Kant die hier gewonnene Klarheit in den späteren Schriften keineswegs weiter gebildet hat, sondern sie im Gegentheile häufig vermissen lässt. Nur in einzelnen Sätzen gelangt sie einigemale zum Durchbruche.

***) V. Bd. S. 279 der früher namhaft gemachten Ausgabe.

Ich führe nun noch einige Stellen der Euler'schen *Theoria motus* an, welche dem Sinne nach mit den früheren übereinstimmen.

In §. 9, S. 6 heisst es: „Wo ferner bei uns von der Ruhe die Rede sein wird, ist immer unsere Idee mit einem beliebigen Körper verknüpft, in Bezug auf welchen ein Körper oder vielmehr ein Punkt nach unserer Erklärung sich in Ruhe befindet.“

In §. 11 spricht Euler über die Idee des Ortes und bemerkt, dass auch der Ort nur ein respectiver sein kann und man überhaupt nicht wissen kann, ob es einen absoluten Ort gibt. Zum Schlusse desselben sagt er (S. 8):

„Wenn nun jemandem die Körper absolut zu ruhen scheinen, welche in Bezug auf die Fixsterne denselben Ort beibehalten, so wird für ihn der absolute Ort die sichere und bestimmte Lage in Bezug auf die Fixsterne sein. Ob aber die Beziehung auf die Fixsterne mehr mit der Natur übereinstimme, als die auf andere beliebige Körper, dieß müssen wir auch hier in Zweifel gestellt sein lassen.“

§. 15. „Bewegung und Ruhe sind daher nur im Namen, nicht aber in der Sache selbst einander entgegengesetzt, da man beide zugleich demselben Punkte zutheilen kann, je nachdem man ihn mit dem einen oder andern Körper vergleicht. Die Bewegung unterscheidet sich von der Ruhe nicht mehr, als die eine Bewegung von der andern.“

S. 9. §. 17 „Es fällt daher jene berühmte Unterscheidung zwischen Bewegung und Ruhe, welche die Philosophen als eine den Körpern wesentliche anzuführen pflegen, zusammen, wenn wir nämlich nur die respective Bewegung und Ruhe betrachten. Sie werden nun zwar einwenden, die Sache verhalte sich ganz anders, wenn von der absoluten Bewegung und Ruhe die Rede ist; *was aber absolute Bewegung und Ruhe sei, hievon geben sie keine genügende Erklärung.* Soll man diese Benennungen aus der Beziehung der Fixsterne herleiten, so werden nichts desto weniger sowohl die Bewegung, als auch die Ruhe respective sein und von unseren Erklärungen nur darin abweichen, dass man einen anderen bestimmten Körper angibt, auf welchen die Beziehung angestellt wird. Man sieht hiernach nicht ein, wie daraus etwas für den

Körper, welchen man darauf bezieht, hervorgehe. Übrigens leugne ich keineswegs, dass ein Unterschied zwischen einem sich bewegenden und ruhenden Körper stattfindet, da vielmehr die ganze Mechanik sich mit der Bestimmung derselben beschäftigt. Dagegen leugne ich und mit Recht, dass die Bewegung und Ruhe irgend eine innere Veränderung des Körpers enthalte. Die Philosophen mögen sehen, zu welcher Art von Prädikaten man die Ruhe und Bewegung zu zählen habe, Eigenschaften kann man sie gewiss am wenigsten nennen. Nichts aber verhindert, sie zu den Relationen zu zählen; wenn man nämlich dieselbe Sache mit anderen Gegenständen vergleicht, so erleidet ihre innere Natur keine Änderung.“

So schön diese allgemeinen Auseinandersetzungen scheinen mögen, so genügen sie doch nicht, um auf ihrer Grundlage die analytische Mechanik aufzubauen. Es zeigt sich bald, dass man die Bewegung materieller Körper nicht auf jeden beliebigen Körper gleichwertig beziehen darf. Gesetzt, es sei ein materielles System A und ein Bezugssystem S gegeben, ferner ein materielles System A' und ein Bezugssystem S' . Die Zusammensetzung der beiden Gruppen soll vollständig identisch, auch die relativen Geschwindigkeitsverhältnisse von A zu S und von A' zu S' sollen ganz dieselben, ferner äussere Kräfte für keine der Gruppen vorhanden sein. Dennoch werden die eintretenden Bewegungen der beiden Gruppen im Allgemeinen nicht übereinstimmen. Diefes findet nur dann statt, wenn die Systeme S und S' gegen einander keine Drehung ausführen; die in den zwei Gruppen eintretenden Bewegungserscheinungen hängen ferner ab von der relativen Drehung der Bezugssysteme S und S' gegen ein FS.

Solange demnach die Bezugnahme auf ein FS nicht durchgeführt, das FS überhaupt nicht definiert ist, werden immer einzelne Fälle darauf hinweisen, dass die relative Bestimmung in Bezug auf einen beliebig gewählten Körper nicht genügt, und so schleicht sich die Meinung, als müssten und könnten die Bewegungen auf den Raum bezogen werden, doch wieder ein.

Diesem Schicksale konnte Euler auch nicht entgehen und so sehen wir ihn an jener Stelle seines Werkes, wo er sich anschickt, das Trägheitsprincip zu erörtern, vollends in seine alten Anschauungen vom Jahre 1748 zurückfallen. Auf S. 36

Cap. II der deutschen Ausgabe und den folgenden finden wir dieselben wieder vollkommen wach und bleibt nur *das* ein un-
aufgeklärtes *Rätsel*, wie der Verfasser in ein und demselben Werke
die zwei sich geradezu bekämpfenden Ansichten, die in beiden Fällen
mit Überzeugung und mit Nachdruck verteidigt werden, stehen lassen
konnte.

In den bisher benützten, die Theoria motus einleitenden
Bemerkungen finden sich einige Wendungen, aus welchen man
vielleicht schliessen könnte, Euler wolle auf seine später ge-
gebene Auffassung des Bewegungsbegriffes hinweisen. So sagt
er z. B. im §. 10 (S. 7) „Die hier gegebene Idee der Ruhe ist
eine relative, da sie nicht allein aus der Lage des Punktes *O*,
welchem wir sie zutheilen, entnommen ist, sondern auch eine
Vergleichung desselben mit einem anderen gewissen Körper *A*
angestellt wird. Wenn wir daher jemals dahin gelangen können,
zu erfahren, ob es eine absolute Ruhe gebe und was sie sei,
so wollen wir, der Unterscheidung wegen, die hier erklärte Ruhe
eine respective nennen.“ Wenn nun diese Perspective wirklich
auf die Auseinandersetzungen des Cap. II gedeutet werden soll,
wo Euler die Ideen von 1748, nach welchen eine Bewegung
auf den zu einer Realität erhobenen Raum bezogen werden
kann, wieder aufnimmt, so ist es um so unbegreiflicher, wie
unmittelbar vor*) und nach jenem eben angeführten §. 10 das
Sinnlose einer Beziehung auf den Raum in unzweideutiger
Weise blosgestellt und die Bezugnahme auf materielle Körper
verlangt werden kann, ohne dass der Widerspruch der beiden
Stellen bemerkt wird.

Ich werde nun einige Stellen aus jenem Cap. II bringen,
um die aufgestellte Behauptung, dass daselbst Euler wieder zu
den Ideen von 1748 zurückgekehrt ist, zu rechtfertigen. Den
Abschluss der Citate soll der §. 102 bilden, durch welchen man
Einblick in die Antinomie erhält, welche Euler in sich trug
und welche die Mechanik bis auf unsere Zeit**) durchzieht.

*) So heisst es z. B. im §. 9: „Wo ferner bei uns von der Ruhe die
Rede sein wird, ist immer unsere Idee mit einem beliebigen Körper ver-
knüpft, in Bezug auf welchen etc.“

**) Diese Antinomie bespricht auch O. Liebmann. Zur Analysis der
Wirklichkeit. II. Aufl. S. 113—145.

S. 36, „Grundsatz 1, §. 78. Jeder Körper befindet sich, auch ohne Beziehung auf andere Körper, entweder in Ruhe oder in Bewegung, d. h. er ruhet oder bewegt sich absolut.

Erläuterung 1.

§. 79. Bis jetzt haben wir in Folge der sinnlichen Wahrnehmung keine andere Bewegung oder Ruhe anerkannt, als in Bezug auf andere Körper, weshalb wir beide, die Ruhe und Bewegung respective genannt haben. Wenn wir aber jetzt alle Körper ausser dem einen in Gedanken aufheben, so fällt auch die Beziehung auf jene fort, durch welche wir bis jetzt die Ruhe oder Bewegung beurtheilt haben. Man muss daher jetzt zuerst fragen, ob unser Urtheil über Bewegung und Ruhe des Körpers noch stattfinden könne, oder nicht? Können wir nämlich dieses Urtheil nicht anderswo her, als aus der Vergleichung der Lage des vorausgesetzten Körpers mit andern erlangen, so wird, nachdem diese entfernt sind, notwendig auch unser Urtheil aufgehoben werden. Wenn wir aber die Ruhe oder Bewegung irgend eines Körpers nur aus seiner Beziehung auf andere erkennen, so darf man hieraus noch nicht schliessen, dass diese Dinge an sich nichts weiter, als eine rein im Geiste angestellte Relation seien *und dass in den Körpern selbst nichts enthalten sei*, was unseren Ideen von der Ruhe und Bewegung entspricht.“ (Man vergleiche mit dieser Stelle die gegen Schluss des §. 17 gebrachten Sätze: „Überdies leugne ich keineswegs etc.“)

Im Weiteren kommt nun Euler zu dem Schlusse „dass Bewegung und Ruhe nicht etwas ideales sei, sondern dass man auch in Betreff eines ganz vereinzeltten Körpers fragen kann, ob er sich bewege oder ruhe.“ Er setzt dann noch hinzu: „Hierbei fürchte ich mich am wenigsten vor den Philosophen, welche alles auf Relationen zurückführen.“

Es folgt nun:

Erläuterung 2.

§. 80. „Da also auch in Betreff eines einzigen Körpers, ohne Rücksicht auf andere oder wenn diese selbst vernichtet sind, mit Recht gefragt werden kann, ob er ruhe oder sich bewege, so wird man eines von beiden notwendig zugeben müssen. Wie aber diese Ruhe oder diese Bewegung beschaffen sein wird, können wir, da die Änderung der Lage in Beziehung auf andere

Körper hier nicht stattfindet, uns nicht einmal denken, wenn wir nicht einen absoluten Raum annehmen, in welchem unser Körper einen gewissen Ort einnehmen wird und von wo er nach anderen Orten übergehen kann. Da nämlich nach denselben Philosophen, welche gegen das Dasein eines absoluten Raumes auf's höchste streiten, am meisten darauf ankommt, ob irgend ein Körper sich bewege oder ruhe, so mögen sie ohne Rücksicht auf andere Körper angeben, worin sonst der Unterschied bestehe. Werden sie etwa sagen, derjenige Körper bewege sich wirklich, welcher seine Lage in Bezug auf die ihm benachbarten beständig ändert? allein die Bewegung kann in diesen stattfinden, während jener ruhet. Wird man eine Vergleichung mit den weiter entfernten Körpern anstellen müssen? mit welchem von diesen dann zuerst? und warum mit dem einen eher als mit dem anderen? Sie werden zuletzt antworten: mit solchen, welche an sich ruhen. Alsdann frage ich aber weiter, auf welche Weise wir an sich ruhende Körper erkennen können und was es heisst, an sich ruhen, wenn man nämlich nicht mehr zu der Lage in Bezug auf andere Körper seine Zuflucht nehmen darf. Sie werden endlich gezwungen, zu gestehen, dass diejenigen Körper an sich ruhen, welche an demselben Orte des Raumes verharren, und da aus diesem die Betrachtung anderer Körper ganz entfernt ist, gelangen sie zu dem absoluten Raume, in Bezug auf welchen *die* Körper ruhen oder sich bewegen, welche absolut ruhen oder sich bewegen sollen.*)

*) Die Philosophen spielen bei Euler ungefähr dieselbe Rolle wie in den Dialogen Galilei's der Opponent Sagredo; ja manchesmal müssen sie wie eben im §. 80 sogar die Rolle des Simplicius übernehmen.

In der Schrift von 1748 bekämpft Euler die *règle métaphysique* der Philosophen und gibt an, dieselben erklärten Raum und Zeit nur für begriffliche Werte, die jeder Realität entbehren, sie verlangten deshalb, dass die Ortsbestimmung mit Rücksicht auf materielle Körper geschehen müsse.

In der Einleitung zur *Theoria motus* wird den Philosophen wieder das Gegentheil vorgeworfen. Euler sagt, dieselben machten einen Unterschied zwischen Bewegung und Ruhe als zwei wesentlich verschiedenen Dingen, sie sprächen von einer absoluten, direct auf den Raum bezogenen Bewegung, die keinen Sinn hätte, und die sie auch nicht näher definieren könnten.

Hier jedoch im II. Capitel, müssen die Philosophen wieder den Stand-

Anmerkung.

§. 81. Derjenige, welcher den absoluten Raum ableugnen wollte, würde in die grösste Verlegenheit geraten. Da er nämlich die absolute Ruhe und Bewegung als leere Worte ohne Sinn verwerfen muss, so wird er nicht nur die Gesetze der Bewegung, welche sich auf dieses Princip stützen, verwerfen, sondern auch zugeben müssen, dass es gar keine Gesetze der Bewegung geben kann.“

Weiter unten spricht Euler das Trägheitsprincip in den folgenden 2 Sätzen aus, und zwar für seine absolute Bewegung.

„§. 82. Ein absolut ruhender Körper wird, wenn er keiner Einwirkung von aussen unterworfen wird, stets in Ruhe verharren.

§. 85. Ein Körper, welcher sich absolut bewegt, wird, wenn man ihn keiner Einwirkung unterwirft, nach derselben Richtung mit gleichförmiger Bewegung fortschreiten.“

• Unter den Bemerkungen zu dem ersten Satze finden wir auch die folgende Stelle:

„§. 84. Dieses Gesetz, welches in Betreff der absoluten Ruhe angenommen worden ist, kann keineswegs auf die respective Ruhe ausgedehnt werden. Wenn nämlich der Körper, in Bezug auf welchen ein kleines Körperchen sich in Ruhe befand, plötzlich angestossen wird, so wird auch dieses in Bezug auf jenen nicht mehr in Ruhe bleiben. Man denke sich eine Kugel, welche auf einem Tische in einem gleichförmig fortschreitenden Schiffe liegt und welche in Bezug auf letzteres allerdings in Ruhe verharren wird. Wenn nun das Schiff auf einen Felsen stösst, so wird diese respective Ruhe plötzlich aufhören und die Kugel in Bezug auf das Schiff eine Bewegung beginnen, wenn auch keine äussere Ursache auf sie eingewirkt hat.“

Nach den im Abschnitte II von mir vertheidigten Ansichten ist dieser Fall leicht zu erklären. So lange das Schiff sich in

punkt einnehmen, den sie in der Schrift von 1748 vertreten haben. Sie müssen jetzt diejenigen sein, welche behaupten, Bewegung und Ruhe können nur in Bezug auf materielle Körper ausgesprochen werden, und erst durch seine eigenen Erörterungen will sie Euler dazu zwingen, doch zuzugestehen, dass es eine absolute Ruhe gebe, die durch unmittelbare Beziehung der Körper auf den Raum erkannt werden kann.

Bezug auf den Erdboden in galileischer Bewegung befindet, ist es, insoweit als der Erdboden als Fundamentalkörper angesehen werden kann, gleichfalls als solcher zu betrachten; dasselbe gilt von der Kugel. Sowie das Schiff aber auf den Felsen stösst, somit eine Kraft auf dasselbe einwirkt, hört es auf ein FK zu sein, und die Kugel, die es hingegen bleibt, muss sich relativ gegen das Schiff beschleunigt bewegen.

Auch der Neumann'sche Körper Alpha ist schon bei Euler zu finden. Er heisst bei ihm Körper *A*.

„§. 99. Wenn der Körper *A**) absolut ruhte, so würde die respective Bewegung des Körpers *B* von seiner absoluten nicht verschieden sein. Gäbe es daher in der Welt einen einzigen absolut ruhenden Körper, so würde man, indem man die übrigen Körper auf ihn bezöge, ihre absolute Bewegung erkennen können.

§. 100. Wenn in der Welt ein gleichförmig auf einer geraden Linie fortschreitender Körper existierte, auf welchen man die übrigen Körper bezöge, so würde man von diesen, vorausgesetzt, dass sie keiner äussern Einwirkung unterworfen wären, behaupten können, dass auch sie in ihrem respectiven Zustande verharren.“

Ich bringe nun den §. 102, auf dessen Bedeutung ich schon im Früheren hingewiesen habe.

„§. 102. Wenn im Weltall die Sonne oder vielmehr ihr Mittelpunkt absolut ruhte und alle Körper in Bezug auf ihre Lage mit dem letzteren verglichen würden, so würde die Trägheit bewirken, dass alle Körper, welche in Beziehung auf jenen Mittelpunkt ruhen, in Ruhe zu verharren, die aber, welche sich bewegen, mit derselben gleichförmigen und geradlinigen Bewegung fortzugehen strebten. In diesem Falle wäre nämlich ihre absolute Bewegung von der respectiven nicht verschieden. Wenn aber, wie es wahrscheinlich der Fall ist, nicht der Mittelpunkt der Sonne, sondern vielmehr der gemeinschaftliche Schwerpunkt des ganzen Systems sich in Ruhe befindet, so hat man in Bezug auf diesen diese Eigenschaft der Trägheit zu verstehen.

*) Euler hat schon im Vorhergehenden von dem Körper *A* als Bezugskörper gesprochen.

Zur Bestimmung der respectiven Bewegung ist es aber nicht hinreichend nur einen einzigen Punkt als fest anzusehen, weil man hiedurch nur die Abstände, aber nicht die Richtungen kennen lernen könnte, sondern man bedarf hierzu 3 oder 4 fester Punkte, wie wir oben gezeigt haben. Im Weltraume pflegt man daher die Fixsterne als eben so viele feste Punkte anzusehen, und wenn diese Hypothese wahr wäre, so würden alle Körper in der Welt, welche in Bezug auf sie entweder ruhen oder sich bewegen, der Trägheit wegen in demselben Zustande verharren. Diefs würde ebenso stattfinden, wenn alle Fixsterne sich mit gleichen Geschwindigkeiten, nach parallelen Richtungen gleichförmig und geradlinig im Himmelsraume bewegten. *Man nimmt aber an den Fixsternen gewisse kleine Ungleichheiten wahr, auf welche man bei dieser Beurtheilung Rücksicht nehmen muss und was daher mit Recht für sehr schwierig gehalten wird.*“

Aus der hier wiedergegebenen Auseinandersetzung wird man entnehmen müssen, dass Euler das Bedürfniss gefühlt hat, an Stelle des als Bezugssubstrat angenommenen Raumes einen materiellen Körper oder Punkte zu setzen, in Bezug auf welche die Lage der Objecte der Beobachtung bestimmt werden kann. Den Schluss bildet ein Satz, der uns erkennen lässt, dass Euler selbst es herausföhlte, er habe die so oft ventilirte Frage doch nicht gelöst.

Fast ein Jahrhundert war seit dem ersten Erscheinen von Newton's Principia verflossen, und doch finden wir den Forscher, der nach Ablauf dieser langen Zeit die in Betrachtung stehende Frage wieder aufgenommen hatte, der Lösung nicht näher. Und wieder musste dieselbe ein Jahrhundert ruhen, bis Neumann und Mach ihre Lösung neuerdings versuchten, um schliesslich, ohne die betreffenden Arbeiten Newton's und Euler's zu kennen, doch nur zu Ansichten geföhrt zu werden, die, wie die Neumann'sche, schon bei Newton und Euler, die Mach'sche auch schon bei Euler zu finden sind, die aber theils von diesen Forschern selbst, theils von den übrigen Fachgenossen abgelehnt oder wenigstens nicht acceptirt worden waren.

Bevor wir die Euler'schen Schriften verlassen, muss ich noch auf einen Versuch dieses Forschers hinweisen, das Träg-

heitsprincip mit einem allgemeineren logischen Gesetze in Zusammenhang zu bringen. Wir lesen als Erläuterung zu dem früher citierten §. 82 folgendes:

„§. 83. Man pflegt diesen Grundsatz in Betreff jedes beliebigen Körpers auszusprechen und er scheint von selbst so einleuchtend zu sein, dass er keines Beweises bedarf. Damit man aber seine Kraft noch deutlicher einsehe, betrachte man nur einen Punkt oder ein Element eines Körpers; befindet sich dieses einmal in absoluter Ruhe, so muss es beständig in derselben verharren. Da nämlich in demselben kein Grund vorhanden ist, warum es eher nach der einen, als nach allen anderen Richtungen sich zu bewegen anfangen sollte, und da jede äussere Ursache der Bewegung aufgehoben wird, so wird es nach keiner Richtung eine Bewegung beginnen können. Diese Wahrheit stützt sich daher zwar auf das Princip des zureichenden Grundes, indessen muss man doch in dem Punkte oder körperlichen Elemente selbst eine Ursache des Verharrens in Ruhe anerkennen, so dass man diese Wahrheit für eine notwendige halten muss.“

Zu dem gleichfalls früher citierten §. 85 macht Euler in §. 86 einen ähnlichen Zusatz, welchem ich die folgende Stelle entnehme:

„Zuerst wird der Körper in der Richtung keine Änderung erleiden, da kein Grund vorhanden sein kann, warum er eher nach der einen, als nach der andern Seite hin von ihr abweichen sollte; er wird also ebenso gewiss dieselbe Richtung beibehalten, wie ein ruhender Körper in Ruhe verharret. Was aber ferner die Geschwindigkeit anbetrifft, so würde sie, wenn sie nicht stets dieselbe bliebe, entweder zu- oder abnehmen müssen, und keines von beiden kann man ohne Absurdität behaupten.“

Auch in der *Mechanica sive motus scientia analytice exposita* 1736—42, als deren zweite erweiterte Auflage die *Theoria motus* erscheint, sind dieselben Gedanken ausgesprochen. Es wird also das Trägheitsprincip seinem vollen Umfange nach aus dem Satze vom zureichenden Grunde abgeleitet.

Während Galilei und Newton sich begnügt hatten, dieses Grundgesetz der Mechanik als das Resultat der Beobachtung, der Abstraction aus Erfahrungsthatsachen anzusehen, wurden, kaum dass sich die Augen des so klar denkenden grossen Briten

geschlossen hatten, Versuche unternommen, diesen Satz auf jenen allgemeineren der Logik zurückzuführen.

Den ersten schüchternen Versuch machte Pemberton in dem schon bei früherer Gelegenheit citierten Werke*): „If the body continues to move but a single moment, after the moving power has left it, there can no reason be assigned, why it should ever stop without some external force.“ Es folgt nun eine diefsbezügliche Überlegung; dann heisst es weiter: „The only doubt that can remain, is, whether this motion communicated continues intire, after the power, that caused it, ceases to act; or whether it does not gradually languish and decrease.“ Die Entscheidung dieses Zweifels stellt er hierauf der Erfahrung anheim. Auch die Erkenntniss, dass die Bewegung in gerader Linie erfolgt, wird auf Erfahrungen zurückgeführt. (Nr. 13. p. 34—35.)

Pemberton betrachtet also nur *die* Thatsache als Folgerung des Satzes vom zureichenden Grunde, dass der Punkt, der durch eine Kraft eine Geschwindigkeit angenommen hat, und der nach Aufhören der Kraft seine Bewegung noch mindestens einen Moment lang fortsetzt, dann nicht plötzlich vom Zustande der Bewegung in den der Ruhe übergehen kann, sondern notwendig mit gleicher oder verlangsamter Geschwindigkeit sich weiter bewegen muss.

Eine so vorsichtige und eingeschränkte Verwendung des Satzes vom zureichenden Grunde kommt später nicht mehr vor. Entweder wurde die Zurückführung auf den allgemeineren in die Logik eingereichten Erfahrungssatz ganz verworfen und wurden nur die speciellen sich auf den Satz der Mechanik beziehenden Erfahrungen zu Rate gezogen, was der einzig richtige Weg ist, da man ja nicht wissen kann, in welcher Weise der Satz der Logik Anwendung zu finden hat; oder es wurde der zuletzt genannte Satz ausgiebiger benützt, wenn auch meistens nicht in dem Mafse wie von Euler, der das Galilei'sche Princip seinem ganzen Inhalte nach als Folgerung desselben erklärt.

Die Mehrheit der späteren Forscher beschränkt sich darauf, die Thatsache, dass der materielle Punkt nicht aus sich heraus

*) A View of Sir Isaac Newton's philosophy. London 1728, p. 32.

vom Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen, sowie dass er, wenn bereits in Bewegung geraten, der geraden Linie folgen muss, aus jenem Principe der Logik abzuleiten, während sie die Erhaltung der unveränderten Geschwindigkeit nicht als dessen notwendige Folge betrachten. Ich könnte als Belege für diese Behauptung zahlreiche Stellen anführen, beschränke mich aber auf einige wenige.

Laplace sagt:*) „Die geradlinige Richtung der Bewegung folgt offenbar daraus, dass kein Grund vorhanden ist, warum der Punkt vielmehr zur Rechten als zur Linken von seiner anfänglichen Richtung abweichen sollte; aber die Gleichförmigkeit seiner Bewegung ist nicht von gleicher Evidenz. Da die Natur der bewegenden Kraft unbekannt ist, so ist es unmöglich, a priori zu wissen, ob diese Kraft sich ohne Aufhören erhalten wird.“

Ganz ähnlich spricht sich Poisson aus:**) „Zuerst ist es einleuchtend, dass der Punkt, wenn er sich bis zu dieser Zeit in gerader Linie bewegt hat, auch ferner sich nach der Verlängerung der Linie, die er beschrieb, bewegen wird. Denn es ist kein Grund vorhanden, weswegen sich dieser materielle Punkt von der einmal angenommenen Richtung eher nach der einen als nach der anderen Seite entfernen sollte. Jedoch können wir nicht a priori behaupten, dass sich die Geschwindigkeit, die er einmal angenommen hat, nicht von selbst vermindern und zuletzt ganz aufhören könne. Nur die Erfahrung und die Induction können diese Frage entscheiden.“

In neuerer Zeit ist die Mehrheit der Forscher von der Ableitung des Trägheitssatzes aus dem Grundsätze der Logik ab-

*) Laplace „Darstellung des Weltsystems“ aus dem Französischen übersetzt von Hanff. Frankfurt 1797 S. 269. Der Original-Titel ist „Exposition du Système du Monde“. Dieses Werk ist bekanntlich ein von Laplace selbst hergestellter populärer Auszug (1796) seiner einige Jahre später (1799) erschienen *Mécanique céleste*. Es findet sich deshalb der hier wiedergegebene Text gleichfalls in dem zuletzt genannten Hauptwerke.

***) Poisson, Lehrbuch der Mechanik. Nach der II. sehr vermehrten Ausgabe übersetzt von M. Stern, Berlin 1835, I. Bd. S. 167. Das französische Original führt bekanntlich den Titel *Traité de Mécanique* und ist in I. Auflage 1811, in II. stark vermehrter Auflage 1833 erschienen.

gekommen. Düring lässt die Folgerung aus dem allgemeinen Denkgesetze nur mehr für den Fall der Ruhe gelten; bezüglich desjenigen Theiles des Satzes, der von der geradlinigen und gleichförmigen Geschwindigkeit spricht, also bezüglich des allgemein gefassten Trägheitsprincips, ist er sogar der Ansicht, es sei so wenig selbstverständlich, dass es „vielmehr allen gewohnheitsmässigen Vorstellungen zuwiderläuft. Die geradlinige Fortsetzung der Bewegung mit derselben Geschwindigkeit ins Unbestimmte ist ein Vorgang, dessen Paradoxie seine Entdeckung lange hindern musste.“*)

Die Unerlaubtheit der Ableitung des Galilei'schen Princip aus dem Satze vom zureichenden Grunde kann für den, der sich bewusst geworden ist, dass jenes Princip überhaupt nur dann den Thatsachen entspricht, wenn als Bezugssystem ein FS genommen wird, nicht zweifelhaft sein.

Denken wir uns etwa einen bewohnten Weltkörper, der durch einen die freie Durchsicht beeinträchtigenden Nebel von der Kenntniss der Sternenwelt ausgeschlossen ist. Die Bewohner sollen noch nicht zu jenem Stande der physikalischen Wissenschaft gelangt sein, um die Drehung ihres Weltkörpers, welche wir voraussetzen wollen, durch absolute Beobachtungen erkannt zu haben.**) Wenn dieselben jedoch durch die allgemeine Erfahrung sich die Überzeugung verschafft haben, dass nichts ohne Ursache geschieht, so werden sie auch geneigt sein, die geradlinige Bewegung eines sich selbst überlassenen Punktes bezüglich ihres Weltkörpers, den sie unbewusst zum letzten Fundamente jeder Beziehung machen werden, aus jenem obersten allgemeinen Principe abzuleiten. Sie würden aber bei genauerer Beobachtung durch die Thatsachen widerlegt werden. Ja selbst wenn sie bereits die Drehung durch physikalische Beobachtung

*) Düring, Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik. II. Aufl. 1877. S. 31. Auch S. 390 findet sich eine diefsbezügliche, jedoch weniger bestimmt formulierte Stelle.

***) Eine den Weltkörper etwa beleuchtende Sonne würde die Bewohner auch nicht auf die Vermutung einer Drehung bringen, falls die Revolutionsdauer des Planeten gleich der Rotationsdauer wäre, der Planet zu seiner Sonne also in dem Verhältnisse stünde wie unser Mond zur Erde.

erkannt hätten, würde doch a priori kein Grund dafür namhaft gemacht werden können, warum der Schluss aus dem Satze vom zureichenden Grunde gerade für das sich nicht drehende Coordinatensystem und nicht mit gleichem Rechte bezüglich des unveränderlich mit dem Weltkörper verbundenen Coordinatensystems gemacht werden sollte.

Ich werde später Fälle vorführen können, in denen man gleichfalls Gesetze der Mechanik aus allgemeineren, sogenannten logischen Sätzen ableiten zu können glaubte, und in welchen die Verwerflichkeit solcher Speculationen besonders ersichtlich werden wird.

Beherrigenswert sind in dieser Beziehung die Worte eines französischen Denkers, welche in einer Periode ausgesprochen worden sind, in welcher der Zeitgeist solchen Speculationen sehr günstig war.

Ich meine die Worte Comte's*): *L'influence de l'esprit métaphysique se manifeste particulièrement dans la manière dont cette loi est communément présentée. Au lieu de se borner à la regarder comme un fait observé, on a prétendu la démontrer abstraitement, par une application du principe de la raison suffisante, qui n'a pas la moindre solidité. En effet, pour expliquer, par exemple, la nécessité du mouvement rectiligne, on dit que le corps devait suivre la ligne droite, parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'il s'écarte d'un côté plutôt que d'un autre de sa direction primitive. Il est aisé de constater l'invalidité radicale et même l'insignifiance complète d'une telle argumentation. D'abord, comment pourrions-nous être assurés qu'il n'y a pas de raison pour que le corps se devie? que pouvons-nous savoir à cet égard, autrement que par l'expérience?*

Wie schon öfters hervorgehoben, wird in den Werken über Mechanik, von der auf Euler folgenden Periode bis auf die Gegenwart, die Frage von den Eigenschaften des Coordinatensystems, auf welches die sogenannten absoluten Bewegungen der Mechanik bezogen werden, entweder gar nicht oder nur

*) Comte, Cours de philosophie positive. Tome I 1829. Die citierte Stelle ist in der Ausgabe von Littré vom Jahre 1869 auf S. 404 zu finden.

oberflächlich und nicht stichhaltig erörtert. In den meisten Fällen ist nur gesagt, die Bewegungen seien zu beziehen auf den als ruhend gedachten, den absoluten Raum oder einen solchen Körper. Die Entscheidung der Frage, wie überhaupt eine Lagenbestimmung auf den Raum bezogen werden kann oder unter welchen Umständen ein Körper als ruhend zu betrachten ist, wird dem Leser überlassen.

So beginnt Laplace den *Traité de Mécanique Céleste* mit den Worten: „Un corps nous paraît se mouvoir lorsqu'il change de situation par rapport à un système de corps que nous jugeons en repos; mais comme tous les corps, ceux même qui nous semblent jouir du repos le plus absolu, peuvent être en mouvement, on imagine un *espace sans bornes, immobile et pénétrable à la matière*: c'est aux parties de cet espace réel ou idéal que nous rapportons, par la pensée la position des corps; et nous les concevons en mouvement lorsqu'ils répondent successivement à divers lieux de l'espace.“

In der Exposition du système de monde werden die hier ausgesprochenen Gedanken noch genauer ausgeführt und begründet. Laplace knüpft, um den Begriff der Relativität der Bewegung zu entwickeln, wie schon Newton gethan, an das Beispiel von der Bewegung eines Körpers im Schiffsraume an. Er weist darauf hin, dass man dort die Bewegungen auf das Schiff bezieht, die des Schiffes aber auf die Oberfläche des Wassers, dass aber bei Betrachtung der umgebenden Wasserfläche wieder die Axendrehung der Erde, weiters deren Bewegung um die Sonne zu berücksichtigen sei u. s. w. Um bei dieser Kette von Bezugskörpern endlich an ein Ende zu gelangen, denkt sich nun Laplace den unbeweglichen Raum. Auf Grundlage dieses gedachten Raumes werden dann die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes aufgestellt und alle weiteren Rechnungen durchgeführt.

Auch die Invariabilität der Richtung einer gewissen für ein materielles System, das nur inneren Kräften unterworfen ist, bestimmaren Ebene, speciell des Sonnensystems, wird auf Grundlage dieser Anschauungen bewiesen. Laplace schlägt dann vor, die Eigenbewegungen der Fixsterne auf die invariable Ebene des Sonnensystems zu beziehen. Wir finden diefsbezüglich in

der Mécanique Céleste die folgende Stelle*): „C'est principalement dans la théorie du système solaire que la recherche de ce plan est importante, vu les mouvements propres des étoiles et de l'écliptique, qui rendent très-difficiles aux astronomes la détermination précise des mouvements célestes.“ Abgesehen davon, dass uns die Normale der invariablen Ebene nur *eine* Richtung gibt, wir aber zur Bestimmung der Eigenbewegungen mindestens deren zwei notwendig hätten, ist gegen die Laplace'sche Deduction einzuwenden, dass, wie ich schon bei früherer Gelegenheit bemerkt habe, der Calcül ja nicht mehr beweist, als die Unveränderlichkeit der Neigung der invariablen Ebene gegen das zu Grunde gelegte Coordinatensystem. Wenn dieses daher kein physikalisches Merkmal besitzt, sondern nur dadurch charakterisiert sein soll, dass es im absolut leeren Raume fest gedacht wird — ein Verlangen eines ganz unmöglichen Denkactes — so wird man fragen müssen, mit welchem Rechte man die Bewegungen der Fixsterne auf dieses völlig unbestimmte System beziehen darf und warum nicht jeder Fixstern mit viel grösserem Rechte zur fundamentalen Richtungsbestimmung ausgewählt werden könnte, als die invariable Axe. Wenn dennoch die Bestimmung nach der invariablen Axe Berechtigung hat, so liegt dieß in dem Umstande, dass das zu Grunde gelegte Coordinatensystem physikalische Eigenschaften besitzt, nämlich ein Fundamentalsystem ist.

Wir wenden uns nun zu einem gleich hervorragenden Zeitgenossen Laplace's.

Lagrange, der die Geschichte der Entwicklung der Mechanik ausführlich behandelt, geht trotz seiner historischen Studien mit merkwürdiger Leichtigkeit über die Frage von der Relativität der Bewegung hinweg. Doch ist aus zahlreichen Stellen seiner analytischen Mechanik zu erkennen, dass er hinsichtlich der Beziehung der absoluten Bewegungen nicht klarer gedacht hat, als Laplace. So sagt er, um ein Beispiel anzuführen**):

*) Méc. Cél. T. I. Part. I. Livre II. Nr. 62.

***) Mécanique analytique, T. I p. 231 der III. von Bertrand veranstalteten Ausgabe. Paris 1853—1855. Sie ist angefertigt nach der II. Auflage 1811—1815, die von Lagrange zum grösseren Theile selbst redigiert worden ist. Die Schlusspartien der II. Auflage, für welche das Manuscript

„rapportons, pour la plus grande simplicité, à trois coordonnées rectangles x, y, z la position absolue du même corps au but du temps quelconque t . Ces coordonnées sont supposées toujours parallèles à trois axes fixes dans l'espace etc.“ Die in den letzten Worten enthaltene Wendung ist sehr oft zu finden; das Gleiche gilt von den Prädicaten „mouvement absolue“ oder „immobile dans l'espace.“

Auch Poisson's Mechanik*) leidet an derselben Unbestimmtheit, welche die eben besprochenen Werke beherrscht. Den wesentlichen Unterschied zwischen Translations- und Rotationsbewegung kennt auch er nicht. Schon auf der ersten Seite des I. Bandes fällt der Satz auf: „2. Ein Körper ist in Bewegung, wenn er selbst oder seine Theile sich allmählig an verschiedenen Stellen im Raume befinden.“ Diesem wie den correspondierenden Sätzen, die ich den Werken von Laplace und Lagrange entnommen habe, liegt die Auffassung zu Grunde, welche Euler in seiner Academieschrift vertheidigt hat und welche auf eine Materialisierung des Raumes hinausläuft. Poisson sieht aber wenigstens ein, dass uns diese Beziehung auf den Raum praktisch zu nichts dienen kann und sagt deshalb unmittelbar anschliessend: „Da aber der Raum unbegrenzt und überall derselbe ist, so können wir auf keine andere Weise beurteilen, ob ein Körper sich in Ruhe oder Bewegung befindet, als wenn wir ihn mit anderen Körpern, oder mit uns selbst vergleichen. Hieraus folgt, dass alle Bewegungen, die wir bemerken, notwendig relative Bewegungen sind.“ Dieser Ausspruch ist für die Geometrie richtig, nicht aber für die Mechanik. Auch der Satz von Nr. 112: „Die Geschwindigkeit eines materiellen Punktes, der in Bewegung ist, ist etwas in dem Punkte befindliches, das ihn bewegt und von einem materiellen Punkte, der in Ruhe ist, unterscheidet, aber keiner weiteren Erklärung fähig ist.“ ist zu beanstanden, was auch schon der Übersetzer gethan hat.

In Bd. II N. 56 bei Erörterung der Eigenschaften der invariablen Ebene weist Poisson auf ein Coordinatensystem hin,

noch nicht ausgearbeitet war, als den Verfasser der Tod ereilte, sind von dessen Freunden fertig gestellt worden.

*) Die Citate sind wieder der deutschen Übersetzung von Stern entnommen.

das so lange als ein unveränderliches anzusehen ist, als der Einfluss der Fixsterne auf unser Sonnensystem vernachlässigt werden darf. Dasselbe ist bestimmt durch die invariable Ebene des Sonnensystems und die Richtung der translatorischen Bewegung seines Schwerpunktes. Wir können uns zwei Epochen denken, die durch einen so grossen Zeitraum getrennt sind, dass der Fixsternhimmel eine ganz andere Configuration als die jetzige zeigt; dennoch wird es für diese zwei Epochen möglich sein, jedesmal die invariable Axe des Sonnensystems wie die Richtung der Translation des Massenmittelpunktes desselben zu bestimmen, indem vorübergehend zur Orientirung die Fixsterne gebraucht werden. Diese zwei Richtungen werden dann, insoweit die vorausgesetzte Nichtbeeinflussung des Sonnensystems zutrifft, so oft sie bestimmt werden, zu diesem Coordinatensysteme führen, das keiner Drehung unterliegt. Zum ursprünglichen Bezugssysteme der Mechanik kann dasselbe jedoch nicht gemacht werden, da sowol der Satz von der invariablen Ebene als die geradlinige Bewegung des Massenmittelpunktes die richtige Erkenntniss des Trägheitssatzes schon voraussetzen. Es hat praktisch allerdings grossen Wert, gewinnt denselben aber erst auf Grund der Erkenntniss der Eigenschaften des F.S. Poisson dachte übrigens auch nicht daran, sein auf die angegebene Weise geschaffenes Coordinatensystem zum Fundamente aller der gewöhnlich als absolut fest bezeichneten Coordinatensysteme zu machen; er wollte durch dasselbe nur eine für Jahrtausende geltende Orientierung schaffen.

Es würde ermüden, wenn ich auf die Schriften von noch anderen älteren Autoren eingehen wollte, die wie Laplace, Lagrange und Poisson die vorgelegte Frage nicht weiter entwickelt haben. Ich werde deshalb sogleich auf die zweite Hälfte unseres Jahrhunderts übergehen, mit dem die neueste Geschichte der physikalischen Forschung beginnt, und untersuchen, welchen Standpunkt wir in der Gegenwart antreffen.

Wie schon früher erwähnt, finden wir ausser in den schon besprochenen Schriften von C. Neumann und Mach nirgends etwas eingehenderes über das Bezugssystem der mechanischen Gleichungen gesagt. Es wird sich zeigen, dass viele Forscher eine Beziehung auf den Raum für möglich und ausreichend

halten; diese Ansicht finden wir oft ausgesprochen, bei keinem Physiker der Neuzeit jedoch durch Gründe vertheidigt.

Am auffallendsten tritt die Beziehung auf den Raum in dem Lehrbuche von Narr*) zum Vorschein. Wir finden in demselben auf S. 74 die folgende Erklärung: „60. Man nennt ein System *im Raume* beweglich, wenn ein Theil oder die Gesammtheit seiner Punkte *Ortsveränderungen im Raume* erleiden kann; sind dagegen seine sämtlichen Punkte *festen Punkte im Raume*, so nennt man das System selbst *im Raume fest*. Man bezeichnet nun ein bewegliches System als ruhend oder als *in Ruhe im Raume*, wenn jeder Punkt desselben seinen *Ort im Raume* unverändert beibehält; man bezeichnet dagegen ein solches als bewegt oder als *in Bewegung im Raume*, wenn ein Theil oder die Gesammtheit seiner Punkte im Laufe der Zeit stetige *Ortsveränderungen im Raume* erleidet etc.“ Auf S. 81 wird zwischen absoluter und relativer Bewegung unterschieden und die letztere auf ein bewegtes System bezogen, die erstere hingegen direct auf den Raum. Auf S. 84 ist folgender Satz gesperrt gedruckt: „Ein Punkt ist in Ruhe oder in Bewegung, je nachdem seine Lage gegen ein im Raume gegebenes Bezugssystem unveränderlich bleibt oder stetige Änderungen erleidet: diese Zustände sind absolut oder relativ in Bezug auf jenes System, je nachdem dieses letztere *im Raume ruhend, fest oder aber bewegt ist*.“ Ähnliche Stellen sind in reicher Anzahl zu finden. Auch das Galilei'sche Princip wird auf Grundlage dieser Anschauungen ausgesprochen. Dass diese Gedanken in so scharfer Weise hingestellt werden, ist nicht auffallend, da Narr in jeder Hinsicht und meist mit Erfolg bemüht ist zu präzisem, klarem Ausdrucke zu gelangen, und dieselben ja allen anderen Werken über Mechanik ebenfalls zu Grunde liegen; auffallend ist nur, dass der Verfasser bei dem Bestreben, die Grundbegriffe der Mechanik möglichst eingehend und systematisch durchzuführen, die Schriften von C. Neumann und Mach, von denen wenigstens

*) F. Narr, Einleitung in die theoretische Mechanik, 1875.

Ich halte mich in der neuesten Periode bei der Besprechung nicht an die Reihenfolge, in welcher die Werke erschienen sind, da eine Abhängigkeit derselben von einander in dem Punkte, der hier in Betracht kommt, ohnedieß nicht vorhanden ist.

die erstere ihm bekannt sein musste, vollständig unberücksichtigt lässt.

Ähnliche Gedanken wie bei Narr finden wir bei Riemann. Er sagt gelegentlich*): „Das Trägheitsprincip ist die Hypothese: Wenn ein materieller Punkt allein in der Welt vorhanden wäre und sich im Raume mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegte, so würde er diese Geschwindigkeit beständig behalten.“ Wir haben hier wieder die Materialisierung des Raumes; denn, nachdem ausdrücklich vorausgesetzt wird, dass ausser dem Punkte nichts vorhanden ist, muss Riemann den Raum sich im Sinne der Euler'schen Academieschrift vorgestellt haben.

Auch in den klassischen Vorlesungen Jacobi's über Dynamik**) finden wir keinerlei Aufschlüsse über den Bezugskörper, dagegen Anzeichen, dass Jacobi die Möglichkeit der Existenz von Sternen, denen wir das Prädicat der absoluten Unbeweglichkeit geben könnten, nicht ausgeschlossen hat. Auf S. 26 heisst es von dem Sonnensysteme: „aber wir kennen nur seine relative Bewegung. Zur Bestimmung der Bewegung des Schwerpunktes fehlen uns die Data; denn hierzu müsste es wirkliche Fixsterne geben, was sehr *zweifelhaft* ist, und diese müssten uns so nahe sein, dass sie in Beziehung auf eine 40 Millionen Meilen lange Linie eine einigermaßen in Betracht kommende Parallaxe geben.“ Die Vorlesungen von Jacobi sind nach einem Collegienhefte Borchardts von Clebsch herausgegeben worden; es ist deshalb allerdings fraglich, ob für diese Textierung wol Jacobi verantwortlich gemacht werden darf.

Thomson und Tait***) bringen das Trägheitsprincip in der Newton'schen Fassung und knüpfen daran eine Erklärung, welche zeigt, dass dieselben die Notwendigkeit eines Bezugssystems erkannt haben. Es wird darauf hingewiesen, dass der Ausdruck „Ruhe“ nicht absolut definiert werden kann. Wenn diese Auseinandersetzung auch nicht gleichfalls für den Begriff

*) Bernhard Riemann, Fragmente philosophischen Inhalts. Aus den gesammelten Werken. Herausgegeben von H. Weber S. 493.

**) C. G. J. Jacobi, Vorlesungen über Dynamik, herausgegeben von Clebsch 1866.

***) Handbuch der theoretischen Physik. Deutsche Ausgabe 1871. I. Theil S. 200.

„Bewegung“ gemacht wird, so wird man wol mit Recht annehmen dürfen, die Verfasser hätten diese selbstverständliche Erweiterung dem Leser überlassen. Dieser richtigen Anschauung gegenüber muss nun die folgende Bemerkung überraschen: „Wenn die Gesamtheit der Materie endlich wäre, so liesse sich der Trägheitsmittelpunkt als absolut ruhend ansehen, oder man könnte sich vorstellen, derselbe bewege sich mit irgend einer gleichförmigen Geschwindigkeit in einer beliebigen Richtung durch den unendlichen Raum.“ Es wird hier für den Massenmittelpunkt der gesammten Materie dieselbe Vorstellung verlangt, welche Riemann für den einzelnen Punkt gefordert hat. Diese ist aber hier wie dort unmöglich. Im Weiteren heisst es: „Es ist aber bemerkenswert, dass das erste Bewegungsgesetz uns in den Stand setzt das zu erklären, was man eine directionelle Ruhe nennen kann.“ Diese wird im §. 249 S. 201 folgendermassen gefunden: „Wenn zwei materielle Punkte aus der nämlichen Lage A in demselben Augenblicke mit irgend welchen Geschwindigkeiten in irgend welche Richtungen geschleudert werden, so wird, wenn jeder derselben sich fortbewegt, ohne von einer Kraft beeinflusst zu werden, ihre Verbindungslinie beständig einer festen Richtung parallel sein.“ Es folgt nun der Beweis aus dem Galilei'schen Principe, worauf es weiter heisst: „Praktisch macht man aber die Bestimmung fester Richtungen von der Rotation von Gruppen materieller Punkte abhängig, die Kräfte auf einander ausüben; diese Bestimmung involviert aber das 3. Bewegungsgesetz.“ Welche Mittel der praktischen Bestimmung aber die Verfasser meinen, erfahren wir im §. 245, woselbst es heisst: „Auch werden wir später sehen, dass ein vollkommen glatter sphärischer Körper, welcher aus concentrischen Schalen besteht, deren jede von gleichförmigem Material und überall von derselben Dichtigkeit ist, sich, wenn man ihn in eine Drehung um eine Axe versetzt hat, trotz hinzutretender einwirkender Kräfte mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit dreht und seine Rotationsaxe in einer absolut festen Richtung erhält. Ferner wird sich bald zeigen, dass die Ebene, in welcher das in Beziehung auf den Trägheitsmittelpunkt genommene Moment der Bewegungsgrösse des (als endlich vorausgesetzten) Weltalls am grössten ist, eine im

Raume feste Richtung hat; es lässt sich diese Ebene offenbar aus den in irgend einem Augenblicke wirklich eintretenden Bewegungen bestimmen.“

Man wird mit Befriedigung verzeichnen, dass Thomson-Tait auf das Vorhandensein von festen, nämlich durch die Bewegungsphänomene der Mechanik fixierten Richtungen aufmerksam machen. Diese richtigen Gesichtspunkte sind jedoch durch die Verfasser nicht zur Fundierung der Mechanik verwendet worden; dieselben würden auch in der gewählten Anordnung hierzu nicht genügt haben. Thomson-Tait sprechen nämlich das Galilei'sche Princip aus, ohne des Bezugskörpers, durch welchen dasselbe erst verständlich wird, zu gedenken. Es bleibt daher alles, was aus diesem Principe gefolgert wird, bedeutungslos. Zwei Punkte bestimmen bekanntlich immer eine gerade Linie; dass diese aber eine unveränderte Richtung beibehält, wenn sie durch zwei sich unbeeinflusst bewegende materielle Punkte bestimmt ist, kann man erst wissen, wenn man die Bewegung der einzelnen Punkte hinsichtlich eines Fundamentalkörpers als geradlinig und gleichförmig erkannt hat. Desgleichen weiss man die Unveränderlichkeit der Drehaxe der Kugel sowie der invariablen Ebene erst dann, wenn man sich bewusst ist, dass die Gleichungen, von denen man bei den Beweisen (und Thomson-Tait berufen sich auf die analytischen Beweise und nicht auf Experimente) ausgeht, bezüglich eines unabhängigen und sich nicht drehenden Systemes gelten. Alle *theoretischen* Betrachtungen haben daher mit dem Hinweise zu beginnen, dass der Bezugskörper, für welchen das Galilei'sche Princip gilt, jederzeit das durch Experimentaluntersuchungen erkennbare Merkmal besitzen muss, keine Drehung zu vollführen. Die Basis muss erfahrungsgemäss gewonnen und auf sie erst die Theorie aufgebaut werden.*)

*) Von dem Thomson-Tait'schen Gedanken ausgehend könnte jedoch immerhin eine Definition des FS's gegeben werden, welche natürlich auch nicht anders, als auf Erfahrung aufgebaut werden dürfte. Man könnte diese Definition etwa in der folgenden Weise geben: „Wenn mehrere materielle Punkte aus der nämlichen Lage A nach verschiedenen Richtungen mit beliebigen Geschwindigkeiten geschleudert werden und von nun an jeder Punkt sich selbst überlassen bleibt, so lehrt die Erfahrung,

Ich wende mich nun zu den Versuchen, die Mechanik von den Fundamentalprincipien unabhängig zu gestalten. Diese Auffassungen werden hauptsächlich durch Kirchhoff und Schell vertreten. Die Standpunkte dieser beiden Forscher sind jedoch wesentlich verschieden. Während Kirchhoff die Aufgabe der Mechanik dahin bestimmt, dass sie die Vorgänge der Natur beschreiben soll, und deshalb im Verlaufe der Entwicklungen fortwährend auf die Erfahrungssätze Bezug nimmt, will Schell die Mechanik als ein abstractes Gebäude hinstellen, das mit den Naturvorgängen eigentlich gar nichts zu thun haben soll.

Kirchhoff*) bezeichnet ein Coordinatensystem auf S. 2 als ein „beliebiges, festes, rechtwinkliges“. Man braucht dabei, solange nur geometrische Betrachtungen angestellt werden, unter „fest“ nur zu verstehen, dass die Axen unter sich nicht beweglich sind. Später aber werden unter Zugrundelegung dieses Coordinatensystems mechanisch-analytische Entwicklungen vorgenommen, z. B. auf S. 7, und dasselbe zur analytischen Einkleidung der Kepler'schen Gesetze verwendet. Da aber die Kepler'schen Gesetze nur für ein Coordinatensystem von ganz speciellen Eigenschaften, nämlich nur für ein FS gelten, so ist die Forderung zu stellen, dass etwas über die Eigenschaften des Bezugssystems gesagt werde.

Es bleibt natürlich dem Belieben anheimgestellt, die Planetenbewegungen zu besprechen unter Zugrundelegung der 3 Fundamentalprincipien und des Gravitationsgesetzes, oder, wie Kirchhoff es thut, unter Zugrundelegung der 3 Kepler'schen Gesetze. Allein die Kepler'schen Gesetze lassen sich ebensowenig ohne Bezugssystem aussprechen als das Galilei'sche Princip. Nicht für jedes Coordinatensystem sind die Bahnen Ellipsen und nicht

dass die Winkel, welche die durch je zwei der Punkte bestimmten Richtungen mit einander einschliessen (als Bezugskörper für diese Richtungsbestimmung kann ein beliebiger Körper genommen werden), von unveränderlicher Grösse sind. Ein Coordinatensystem, welches gleichfalls gegen diese Richtungen directionell unverändert bleibt, und welches seinen Anfangspunkt in irgend einem der Punkte hat, soll als Fundamentalsystem (FS) bezeichnet werden.“ Für dieses FS als Bezugssystem kann nun das Galilei'sche Princip ausgesprochen werden.

Ich halte jedoch die im vorhergehenden Capitel gegebene Definition des FS für naturgemässer und behalte dieselbe deshalb auch bei.

*) Gustav Kirchhoff, Vorlesungen über mathem. Physik. Mechanik. 1876.

für jedes Coordinatensystem sind die Flächengeschwindigkeiten der Radien Vektoren constant. Noch auffallender wird der Mangel einer physikalischen Definition des Bezugssystems in den späteren Partien. So heisst es S. 87: „Bei der Untersuchung der Bewegung schwerer Körper haben wir ein Coordinatensystem benutzt, welches in der Erde fest ist, und gleichwohl *die Differentialgleichungen der Bewegung angewandt, welche ein im Raume festes Coordinatensystem voraussetzen.*“ Im Weiteren wird dann fortwährend unterschieden zwischen dem bewegten Coordinatensysteme und dem *im Raume ruhenden.*

Schell*) versteht, wie bereits erwähnt, unter der theoretischen Mechanik ein rein mathematisches Lehrgebäude, das einer Verbindung mit den Thatsachen der Erfahrung nicht bedarf. Diese theoretische oder abstracte Mechanik liefert demnach auch nicht Resultate, welche den Anspruch machen könnten, die Naturvorgänge zu beschreiben; die ersteren stehen mit den letzteren streng genommen in gar keiner Beziehung. Soll ein Problem zur Beschreibung eines physikalischen Vorganges gemacht werden, so muss in diesem speciellen Falle untersucht werden, ob die Voraussetzungen, welche in der abstracten Mechanik gemacht worden sind, den physikalischen Thatsachen entsprechen.

Die abstracte Mechanik wird sich jedoch nie von der wenigstens stillschweigenden Adoption der physikalischen Erkenntnisse frei machen, ebenso auch nicht auf die Vereinfachungen und Beschränkungen verzichten können, die der Vergleich mit der Erfahrung darbietet. (Sieh Kirchhoff S. 6, § 4. letztes Alinea.) Man darf deshalb auch nicht glauben, Schell behandle etwa nicht die Probleme, welche uns die Natur stellt. Sie werden alle, gerade wie in einer physikalischen Mechanik durchgeführt, indem stillschweigend die Lehren der physikalischen Mechanik auch der abstracten Mechanik zu Grunde gelegt werden. Man wird jedoch fragen müssen, mit welchem Rechte Schell von einer Planetenbewegung, von der relativen Bewegung auf der Erdoberfläche, von der Bewegung im widerstehenden Mittel etc. spricht, während er doch Formeln verwendet, von

*) Wilh. Schell, Theorie der Bewegung und der Kräfte. II. Aufl. 1879. Streintz, physikal. Grundlagen d. Mechanik. 5

denen gar nicht bekannt ist, ob sie den Naturvorgängen adäquat sind.

Es ist auch schwer einzusehen, welche Vortheile diese Auffassung, die durch die Autorität Jacobi's gestützt, in dessen Vorlesungen aber keineswegs durchgeführt wird, bieten soll. Die Systematik des Schell'schen Werkes würde gewiss nicht leiden, wenn an die Spitze des nicht rein geometrischen Theiles die physikalischen Principien gestellt würden; wol aber würde die doch aufrecht gehaltene Beziehung zu den Thatsachen der Erfahrung eine naturgemässe werden.

- Da aber Schell auf dem abstracten Standpunkte verharret, so wäre zu verlangen, dass an jenen Stellen, an welchen ein Vergleich mit der Erfahrung unternommen wird, jedesmal die Brücke zur physikalischen Mechanik geschlagen und angegeben würde, unter welchen Voraussetzungen und Bedingungen jener Übergang gemacht werden darf. In den §§. 4 und 5, III. Th. I. Cap. II. Bd. führt Schell allerdings die Newton'schen Principien an. Da sie jedoch für die abstracte Mechanik entbehrlich sind, so werden sie in das Kleingedruckte verwiesen.
- Schell hält dieselben aber auch bei der Lösung von ganz speciellen, den Anwendungen der Mechanik entnommenen Beispielen für überflüssig, denn es werden im I. Bande, wo also von diesen Principien noch nicht die Rede war, in Menge specielle Aufgaben, wie die Bewegung eines Punktes unter der Wirkung der Schwere (Bewegung des Pendels, Fall, Wurf), die Centralbewegung (Kepler'sche Gesetze) etc., ja sogar die relative Bewegung eines Punktes in Bezug auf die sich drehende Erde, behandelt.

Ich brauche nicht erst auf die Selbsttäuschung hinzuweisen, welche darin liegt, dass in der abstracten Mechanik eben nur solche Fälle behandelt werden, welche in den Naturvorgängen ihr Analogon finden, oder dass die Umstände, unter welchen ein Naturvorgang beobachtet wird, so ausgewählt werden, dass die Voraussetzungen der abstracten Mechanik erfüllt erscheinen.

Dass Schell ein physikalisches Coordinatensystem nicht kennt, ist nach dem Gesagten selbstverständlich.

Von Interesse für die in Behandlung stehende Frage und

bezeichnend für die Anschauungen, auf welche die abstracte Mechanik gestützt wird, ist der §. 7 der Einleitung (Bd. I S. 4 u. 5). In demselben wird die Notwendigkeit eines Bezugssystems überhaupt, in trefflicher Weise auseinandergesetzt. Schell verfällt jedoch dabei in den so verbreiteten Irrthum, zu glauben, es könne jedes Coordinatensystem mit gleichem Rechte zum Bezugssysteme der Bewegungen der materiellen Körper genommen werden. Die Auseinandersetzungen dieses Paragraphen gelten in Wahrheit nur für die Geometrie, nicht aber für die Mechanik.

Sie lauten „§. 7. Aus dem Ebenerwähnten geht zur Genüge hervor, dass Bewegung ein relativer Begriff ist. Von der Bewegung eines Punktes oder allgemein eines Systems an sich kann man nicht reden, vielmehr nur von der Bewegung desselben in einem Raume, oder deutlicher gesagt, in einem andern System. Die Bewegung eines Systems in einem andern ist nichts weiter, als das successive Zusammenfallen seiner Punkte mit Punkten jenes. Es findet daher ebensogut eine Bewegung des zweiten Systems im ersten, wie eine Bewegung dieses in jenem statt. Man nennt daher die Bewegung jedes der beiden Systeme im andern seine relative Bewegung in diesem. So sind die eben unterschiedenen Bewegungen relative Bewegungen zweier Systeme in Bezug auf einander. Werden beide Systeme in einem dritten gedacht, so hat jedes der drei in jedem der beiden andern eine relative Bewegung (die relative Ruhe als speciellen Fall mit eingeschlossen). Dabei kann man die relative Bewegung des ersten im dritten z. B. entweder unmittelbar untersuchen oder auch dadurch gewinnen, dass man die relative Bewegung des ersten im zweiten mit der relativen Bewegung des zweiten im dritten in Verbindung bringt. Mit der Zahl der Systeme wächst die Mannigfaltigkeit der relativen Bewegung beträchtlich, von einer absoluten Bewegung kann dabei ebensowenig als von einer absoluten Ruhe die Rede sein, wenn das Wechselseitige, welches im Begriffe der Bewegung liegt, deutlich erfasst wird. Nichtsdestoweniger erlaubt man sich oft, bei drei Systemen von der absoluten Bewegung zweier in Bezug auf das dritte und ihrer relativen Bewegung unter sich zu reden. Es ist dies nicht correct und nur zulässig, wenn die relative Be-

wegung des dritten Systems in den beiden anderen für die Untersuchung keinen Wert hat. *Die Vorstellung der absoluten Ruhe des dritten Systems ist für das Verständniß der Mechanik weder notwendig noch förderlich, jedenfalls also entbehrlich. Auch kommt in den Anwendungen der Mechanik kein Fall vor, welcher diese Vorstellung unabweisbar verlangte.*“

Die Unrichtigkeit dieser Schlussfolgerungen für die Bewegungserscheinungen der Materie, nämlich für die Drehbewegungen derselben, zu erweisen, habe ich schon mehrfach Gelegenheit gehabt. Da aber dieser Gegenstand bei seiner principiellen und weittragenden Bedeutung nicht eingehend genug erörtert werden kann, so werde ich noch mit Rücksicht auf die eben wiedergegebenen, einem der besten Werke der Gegenwart entnommenen Auseinandersetzungen das Newton'sche Experiment mit dem Glase Wasser einer neuerlichen Discussion unterziehen.

Man denke sich zwei rechtwinkelige ebene Coordinatensysteme so in die Grundfläche des Glases gelegt, dass der Ursprung derselben mit dem geometrischen Mittelpunkte der Grundfläche zusammenfällt. Das eine der Systeme, welches *R* heißen soll, sei mit dem Glase fest verbunden; es macht deshalb jede an dem Glase eintretende Rotation mit. Die Rotation werde gemessen gedacht in Bezug auf das andere System, welches *S* heißen soll. Um die Verhältnisse möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten werde weiters angenommen, es sei bereits durch längere Zeit eine Rotation von constanter Geschwindigkeit aufrecht erhalten worden, und nun werde erst die Form der Oberfläche des Wassers untersucht. Nach der Schell'schen Auseinandersetzung müsste die Form der Oberfläche des Wassers immer dieselbe sein, wenn nur die relative Winkelgeschwindigkeit von *R* zu *S* immer dieselbe ist. Die Erfahrung lehrt uns aber, dass die Verhältnisse sich nicht in dieser Weise gestalten, sondern dass die Form des Wassers noch weiters abhängt von der Winkelgeschwindigkeit, welche *S* gegenüber einem *F*Se hat. Als ein solches können wir für diesen Versuch die Erdoberfläche betrachten. Bewegt sich z. B. *R* gegen *S* mit einer Winkelgeschwindigkeit ω und ist *S* gegen die Erdoberfläche in Ruhe, so wird eine gewisse Aushöhlung der Wasseroberfläche eintreten; nehmen wir hingegen bezüglich der Erdoberfläche

für S eine Winkelgeschwindigkeit $-\omega$, für R aber eine solche vom Werte 0 an, so stellt sich die Wasseroberfläche plan, obgleich die relative Winkelgeschwindigkeit von R zu S dieselbe ist, wie in dem früheren Falle.

Dieselbe Verwechslung zwischen dem geometrischen und physikalischen Coordinatensysteme liegt einer Arbeit Poinso'ts*) zu Grunde. Der hierher gehörige Theil derselben lautet:

„Je remarque d'abord que le phénomène dont il s'agit dans cette expérience ne dépend au fond ni de la gravité, ni d'aucune autre force“; es wird nun das Sachliche des Foucault'schen Pendelversuches angeführt und hierauf heisst es weiter „ce mouvement dis'je est un phénomène purement géométrique, et dont l'explication doit être donnée par la simple géométrie, comme l'a fait M. Foucault, et non point par des principes de dynamique, qui n'y entrent pour rien.“

Le problème est de trouver sur la terre quelque objet ou quelque plan dont on puisse assurer qu'il demeure fixe dans l'espace absolu, ou du moins, qu'il ne participe pas au mouvement de rotation que la terre pourrait avoir autour de la verticale du lieu de l'observateur. Car si l'on a un tel plan, et qu'on le voie tourner autour de la verticale dans un certain sens, il est manifeste que ce sera la terre elle-même qui tourne en sens contraire.

Toute la difficulté de la question est donc de ce procurer sur la terre quelque plan qui jouisse de la propriété qu'on vient de dire.

M. Foucault prend dans cette vue le plan d'oscillation d'un pendule libre suspendu par un fil flexible; et en effet il est assez clair, que ce pendule, étant écarté de sa position d'équilibre, doit se mouvoir dans un plan vertical qui ne participe point à la rotation de la terre estimée autour de la verticale. Ce plan, par la rotation de la terre estimée autour de l'horizontale, paraît bien changer de place, mais il ne change point d'orientation sur le globe.“

Die Erklärung des Foucault'schen Versuches beruht wesentlich auf dem Umstande, dass das Galilei'sche Princip nur für

*) Poinso't, Remarques sur l'ingénieuse expérience imaginée par M. Léon Foucault pour rendre sensible le mouvement de rotation de la terre. Comptes Rend. 1851. p. 206—207.

einen FK gilt, die Erde jedoch kein solcher ist. Die Zugrundelegung eines physikalischen Coordinatensystems ist mithin durchaus notwendig, und es ist nicht richtig, dass, wie Poinso't behauptet, zur Erklärung dieser Erscheinungen die Geometrie allein genüge. Bemerkenswert ist auch die Schlussstelle, in welcher die Unveränderlichkeit der Lage der Schwingungsebene bezüglich des Fixsternhimmels ausgesprochen wird. Unter *globe* kann nämlich, da es im Gegensatze zu *terre* gesagt ist, nur der *globe céleste* gemeint sein. Das was also früher als *fixe dans l'espace absolu* bezeichnet worden ist, wird identifiziert mit der Unveränderlichkeit gegen die Sterne. Wir werden daher berechtigt sein anzunehmen, Poinso't habe sich die Axenrichtungen des zu Grunde gelegten absolut festen Coordinatensystems durch die Fixsterne orientiert gedacht.

Und nun vergleiche man mit diesen Anschauungen eine Stelle einer anderen Schrift desselben Verfassers, in welcher er von der invariablen Ebene des Sonnensystemes spricht*): „Ce plan forme en quelque sorte l'immuable équateur du système du monde. Quels que soient les changements que la suite des siècles amène entre les corps célestes, il demeurera toujours parallèle à lui-même; et puisqu'on en peut retrouver la position dans tous les temps, comme on retrouve celle du centre de gravité, en y rapportant tous les corps du système, on aura toujours le moyen de comparer, d'une manière précise, les observations de l'Astronomie faites aux époques les plus éloignées.“

Wir finden also auch bei Poinso't jenen Fehlschluss, der von Laplace auf alle späteren Autoren übergegangen ist. Auch Poinso't, der für die Richtungsbestimmung entweder nur den inhaltsleeren Ausdruck *espace absolu* oder die Orientierung durch die Fixsterne gebraucht, versichert, die invariable Ebene, von der er nachweist, dass sie mit dem zu Grunde gelegten durch die Fixsterne orientierten Coordinatensysteme unveränderlich verbunden ist, könne dazu dienen, nach ihr die Bewegungen der Fixsterne zu bestimmen.

Ich habe bei früheren Gelegenheiten darauf aufmerksam

*) L. Poinso't, Mémoire sur la composition des moments et des aires dans la Mécanique. Anhang zu den Éléments de Statique, V Éd. Paris 1830. pag. 371—372.

gemacht, dass es geraten ist, die physikalischen Principien ganz ausser Berührung mit höheren logischen Principien zu lassen und sie nur durch zu diesem Zwecke speciell gesammelte Erfahrungen zu stützen. Ich knüpfte diese Bemerkung insbesondere an den oft gemachten Versuch, die geradlinige, gleichförmige Bewegung des sich selbst überlassenen Punktes durch die Überlegung zu erweisen, dass kein Grund vorhanden sei, warum er nach irgend einer Seite ausweichen oder seine Geschwindigkeit ändern sollte.

Die folgende Poinsot's Schriften entnommene Stelle*) wird zeigen, wie der sich so leicht regende metaphysische Geist (der esprit métaphysique, den Comte scharf tadelt), ebenso wie zur Wahrheit auch zum Irrthume führen kann.

Nachdem Poinsot von der Gesamtheit der Materie, dem Universum gesprochen hat, fährt er fort: „C'est alors qu'on pourrait dire de cet ensemble, que le mouvement du centre de gravité est rigoureusement uniforme et rectiligne, et que la résultante générale de toutes les aires décrites est inaltérable de grandeur et de position dans l'espace absolu. Mais alors, comme *on ne verrait plus aucune raison* pour que ce centre fût porté d'un côté plutôt que dans le sens contraire, il faudrait conclure que le commun centre de gravité est parfaitement en repos, *et que la résultante générale des aires est entièrement nulle.*“

Wenn Poinsot behauptet, der Massenmittelpunkt der Welt ruhe absolut, so muss diese Aussage dahin gedeutet werden, dass dieser Punkt gegenüber einem FK entweder ruht oder eine galileische Bewegung ausführt. Dies nach den Sätzen von der Bewegung des Massenmittelpunktes eines nur inneren Kräften unterworfenen Systems. Denken wir uns diesen Mittelpunkt als den Ursprung eines Coordinatensystems, das absolut feste Richtungen hat, so ist dasselbe auch selbst ein FS, und ein solches kann deshalb immer als ruhend angesehen werden, wenn man diesen Ausdruck gleichbedeutend hält mit der Aussage, dass das System zum Bezugssystem gemacht werden kann.

Was die Drehung betrifft, die nicht relativ, sondern absolut

*) *L. Poinsot, Mémoire sur la théorie et la détermination de l'équateur du système du monde. Anhang zu den schon früher citierten Eléments de Statique. Ed. V. Paris 1830. p. 411.*

zu bestimmen ist, lässt sich gleiches nicht annehmen. Man kann nicht einen beliebigen Körper als frei von Rotation *ansehen*, sondern hat darauf hin seinen Zustand physikalisch zu untersuchen.

Denken wir uns, wir hätten gar keine Kenntniss von den Dingen, die ausserhalb des Bereiches der Planeten liegen. Sonne und Planeten bildeten — von der Existenz von Cometen wollen wir absehen — in diesem Falle für uns das Universum. Wir würden dann allerdings nicht so leicht und nicht so bald zum jetzigen Stande der Kenntnisse über das Sonnensystem gelangt sein, weil uns die bequemen Visierlinien, die uns die Fixsterne darbieten, fehlen würden, allein bei fortschreitender Entwicklung der Naturwissenschaften würden wir auch ohne Fixsternhimmel zur Kenntniss der Drehgeschwindigkeit der Erde und weiters der Flächengeschwindigkeit des ganzen Sonnensystems gelangt sein.

Da wir also für unser Sonnensystem die Flächengeschwindigkeit unabhängig von dem Vorhandensein anderer Körper nachweisen können, so könnten wir diefs auf gleiche Weise für das Universum thun, falls wir überhaupt von der Gesamtheit der Himmelskörper genügende Kenntniss erwerben könnten; als Resultat dieser Untersuchung hätten wir aber gewiss nicht den Wert Null der Flächengeschwindigkeit zu erwarten, für welchen eine nur unendlich kleine Wahrscheinlichkeit besteht. Wenn Poinsoit verlangt, dass ein Grund angegeben werden müsse, warum, wenn eine Drehung vorausgesetzt wird, sie in dem einen Sinne und nicht in dem entgegengesetzten stattfinden solle, so wird man antworten können, dass der Grund für eine solche Flächengeschwindigkeit der Gesamtheit der Materie ebensowenig einen Gegenstand physikalischer Forschung bilden kann, als der Grund für die Existenz der Materie und deren Energie überhaupt, oder der Grund, warum das *Sonnensystem* eine Drehgeschwindigkeit in bestimmtem Sinne besitzt. Für den Physiker ist nur entscheidend, dass eine Drehgeschwindigkeit ohne Beziehung auf äussere Körper für jedes System durch Hilfsmittel des Systems selbst nachgewiesen werden kann, während solches für die Translation nicht möglich ist; es muss deshalb der aus dem Principe des zureichenden Grundes gezogene Schluss, dass keine Flächenge-

schwindigkeit vorhanden sein könne, für ganz unstatthaft erklärt werden. *)

Es soll nun die Auffassung besprochen werden, die Maxwell**) dem Galilei'schen Principe und den mit demselben verbundenen Begriffen entgegenbringt, insofern nicht schon früher auf Äusserungen dieses bedeutenden der Wissenschaft zu früh entrissenen Physikers Bezug genommen worden ist.

Auch Maxwell übersieht bei Anführung des in Rede stehenden Princips die Notwendigkeit, ein Bezugssystem namhaft zu machen. Nachdem er sich bei der Begründung des Galilei'schen Princips auf die Erfahrung berufen hat, versucht er, dasselbe auch durch eine Überlegung zu stützen, nämlich „durch die Betrachtung dessen, was eine Verneinung desselben involvieren würde.“ Wir werden nicht erstaunen, dass Maxwell, der Sohn der durch ihren philosophisch-speculativen Geist ausgezeichneten schottischen Nation, der Versuchung nicht widerstehen konnte, das Trägheitsprincip auch deductiv zu begründen. Der Versuch enthält neue, geistreiche Argumente, scheint mir aber dessenungeachtet nicht weniger bedenklich als ähnliche ältere. Ich gehe auf denselben nicht ein, da ich schon öfters Gelegenheit hatte der Einmischung des „metaphysischen Geistes“ entgegenzutreten.

Die kleine Maxwell'sche Schrift enthält eine Fülle genialer Bemerkungen und liegt die Versuchung nahe, anknüpfend an dieselbe das Thema dieser Capitel zu discutieren. Ich muss mich jedoch, um nicht überflüssig breit zu werden, auf einige Punkte beschränken.

Maxwell hat den Newton'schen Grundlagen eingehendes Studium gewidmet, insbesondere auch jenem von mir schon oft erwähnten Scholium, dem sonst von physikalischer Seite nicht

*) Ich will den Schluss, der aus dem Fehlen eines Grundes auf die Unmöglichkeit einer Erscheinung gemacht wird, keineswegs aus der Physik verbannt wissen. Derselbe leistet oft gute und erlaubte Dienste. Ich halte ihn nur bei den ersten Grundlagen der physikalischen Erscheinungen, welche wir nicht durch Speculation, sondern durch Erfahrung ergründen müssen, für gefährlich. *Hat man einmal Erfahrungen erworben, so kann auf ihrer Grundlage ein solcher Schluss mit vollem Rechte gemacht werden.*

**) *J. Clerk Maxwell*, Substanz und Bewegung. Deutsch von Fleischl, 1879.

die gebührende Wertschätzung zu Theil geworden ist. Er führt auch das Experiment mit dem Glase Wasser vor und leitet Newton's Gedankengang folgend die Erkenntniss daraus ab, dass zwischen Rotation und Translation ein principieller Unterschied besteht. „Obwol es nun unmöglich ist, die absolute *Geschwindigkeit* eines Körpers im Raume zu bestimmen, ist es doch möglich zu bestimmen, ob die *Richtung* einer Linie in einem materiellen Systeme constant oder veränderlich ist. So ist es z. B. möglich, durch blosse Beobachtungen auf der Erde, ohne Beziehung auf Himmelskörper, zu bestimmen, ob die Erde sich dreht oder nicht.“

Trotzdem nun Maxwell die Bedeutung des Newton'schen Experimentes erkannt hat und auch sagt: „Diese Concavität der Oberfläche hängt von der absoluten Drehbewegung des Wassers und nicht von seiner relativen Rotation gegen den Eimer ab,“ und trotzdem er im Artikel XXX die Notwendigkeit des Bezugssystems überhaupt betont und dort in der Bewegungsgeometrie die für diesen Wissenschaftszweig richtigen Auseinandersetzungen bringt, übersieht er doch, dass für die Bewegungen der Materie auch ein Bezugssystem namhaft gemacht werden muss, und dass dieses nicht beliebig gewählt werden darf, sondern bestimmte physikalische Eigenschaften haben muss.

Wir finden also Maxwell der Lösung der vorliegenden Frage nahe; hätte er nur bei Gelegenheit der Anführung des Galilei'schen Principis an die Notwendigkeit des Bezugssystems gedacht, er hätte, da ihm die Newton'schen Gedanken bekannt waren, zweifellos zu der in dieser Schrift gegebenen Lösung geführt werden müssen.

Bemerkenswert ist auch die folgende Stelle aus Artikel XLVIII, welche ich hier nur wegen des Schlusssatzes anführe, da ich bezüglich des ersteren Theiles derselben nichts Neues zu sagen hätte: „Denn der Ausdruck „in Ruhe“ hat keine wissenschaftliche Bedeutung und der Ausdruck „in Bewegung“ hat eine vollkommen unbestimmte Bedeutung, wenn damit relative Bewegung gemeint ist; wenn jedoch absolute Bewegung darunter verstanden wird, so kann er sich nur auf ein den Raum erfüllendes in ihm festes Mittel beziehen. Das Streben nach der Entdeckung eines solchen Mittels und nach der Bestimmung

von Geschwindigkeit in Beziehung auf dasselbe, vermittelt der Beobachtungen über die Bewegung von Körpern, ist ein vollkommen wissenschaftliches.“

Diese Stelle gewinnt dadurch Bedeutung, dass in den letzten Jahren vorübergehend Aussichten auf die Entdeckung eines solchen Mittels sich zu eröffnen schienen.

Es hat bekanntlich Clausius seinem elektrodynamischen Grundgesetze die Annahme zu Grunde gelegt, dass die elektrische Wechselwirkung nicht nur von der relativen Geschwindigkeit zweier Theilchen, sondern auch von der absoluten Geschwindigkeit gegen das *kraftübertragende Medium* abhängt. Es konnte, falls diese Vorstellung sich empfehlenswert zeigen sollte, die Hoffnung daran geknüpft werden, dass sich Erscheinungen finden lassen würden, welche eine Bestimmung der absoluten Translationsgeschwindigkeit gegen jenes Medium, welches sich dann im Sinne Maxwell's als allgemeines Bezugsmedium empfohlen hätte, gestattet haben würden. Dieser Meinung ist auch J. Fröhlich*) gewesen, welcher aus dem Umstande, dass die Rotations- und Revolutionsbewegung unserer Erde keinen Einfluss auf die derzeit bekannten elektrodynamischen Erscheinungen ausübt, schliessen zu müssen glaubte, dass die Clausius'schen Voraussetzungen unstatthaft seien. Es haben jedoch bald darauf Budde**) und Clausius**) selbst gezeigt, dass trotz der dem neuen Gesetze zu Grunde liegenden Anschauungen eine solche Abhängigkeit nicht vorhanden zu sein braucht und nicht vorhanden sein wird, wodurch nun einerseits der Einwand gegen das aufgestellte Elementargesetz beseitigt, andererseits aber auch die Hoffnung auf die Auffindung eines Mediums im Sinne Maxwell's wieder in die Ferne gerückt worden ist.

Es scheint mir übrigens die von Maxwell eröffnete Perspective auf die Auffindung eines allgemeinen absoluten Bezugsmediums für die Bewegungen der Mechanik nur der Ausdruck zu sein für das instinctiv gefühlte Bedürfniss nach der Auffindung des physikalischen Bezugssystems überhaupt. Wenn man sich einmal darüber klar geworden ist, dass alle Körper,

*) J. Fröhlich, Bemerkungen zu den elektrodynamischen Grundgesetzen von Clausius, Riemann und Weber. Wied. Ann. Bd. IX. S. 261. 1880.

**) Wied. Ann. Bd. X.

auf welche wir die sogenannten absoluten Bewegungen beziehen, die Eigenschaften haben, welche ich bei der Definition des Fundamentalsystems aufgestellt habe, so muss das Bestreben, ein solches Maxwell'sches Medium zu finden, als ein ganz überflüssiges erscheinen. Ja angenommen, ein solches Medium sei gefunden worden, so würde doch die Beziehung der Bewegungen in der Mechanik auf dasselbe nicht der historischen Entwicklung dieser Wissenschaft entsprechen, die ja aufgebaut und bis zum heutigen Stande gebracht worden ist, deren Resultate in drei Jahrhunderten mit der Erfahrung verglichen worden sind, ohne dass ein solches Medium bekannt gewesen wäre. Diese Überlegung würde stets dazu aufgefordert haben, unabhängig von jenem Medium diejenigen Körper aufzusuchen und ihre Eigenschaften zu erforschen, welche von Galilei's Zeiten angefangen bis auf unsere Tage allgemein als Bezugskörper in Verwendung gestanden sind.

Ich wende mich nun zu Dühring's Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik.*)

In diesem Werke muss vor Allem auffallen, dass der Verfasser alle Arbeiten, welche sich mit einer Kritik des wichtigsten und fundamentalsten der mechanischen Principien befassen, also auch die Arbeiten von Neumann und Mach ignoriert.

Die Notwendigkeit eines Bezugssystems erkennt Dühring, doch ist er der Ansicht, es könne jedes Coordinatensystem zum Bezugssysteme der Mechanik gemacht werden, wenn es nur als fest gedacht wird, eine Forderung, auf deren Inhaltslosigkeit ich schon öfters aufmerksam gemacht habe.

So findet sich auf S. 216 die Stelle: „Der Begriff der Bewegung selbst ist erst durch die Beziehung auf drei als *absolut fest gedachte* Axen ausser Zweifel gestellt, d. h. er kann für die Mathematik und *Mechanik* nicht mehr zweideutig sein, sobald die Lagenverhältnisse gegen diese *in Gedanken fixierten Axen* sein Merkmal und auch seinen Inhalt bildet.“

Weiter unten heisst es: „Es versteht sich von selbst, dass jede genügende Combination *fest gedachter* Beziehungörter ein

*) I. Auflage 1872, II. Auflage 1877. Die Citate beziehen sich auf die letztere.

in der Mechanik mögliches Coordinatensystem ergibt, und dass ausserdem die relative Bewegung nur eine solche ist, bei welcher man das System der Coordinatenaxen, auf welches man sie bezieht, selbst wiederum auf ein anderes *als fest gedachtes System* bezogen und gegen dasselbe in Bewegung begriffen denkt.“

Dührung scheint auch, wie schon aus dem mitgetheilten, noch mehr aber aus der Stelle, die ich nun folgen lassen werde, geschlossen werden muss, der Ansicht zu sein, als könne ein in Drehung begriffenes Coordinatensystem mit demselben Rechte zum absoluten Bezugssysteme gemacht werden wie ein directionell ruhendes. Es heisst S. 382 über Lagrange:

„Um die ganze Tragweite der Allgemeinheit in den Auffassungsarten zu erkennen, erwäge man unter Anderm, wie die beiden Haupteigenschaften der Bewegung, die sich um das Princip von der Bewegung des Schwerpunkts und um dasjenige der Flächen gruppieren, auf blosse Veränderungen der Coordinatenaxen bezogen werden und mit Recht so erscheinen, als wenn man mit ihnen nichts als die *Gleichgültigkeit* einer Translation des Systems der Coordinatenaxen und der *Rotation der Coordinatenebenen um die jedesmal zugehörigen Axen* ausgedrückt hätte.“*)

*) Dass das Flächenprincip, wenn es für ein directionell ruhendes Coordinatensystem gilt, dann für ein gegen dieses sich mit constanter Winkelgeschwindigkeit drehendes nicht gilt, kann selbstverständlich leicht aus den bezüglichen Differentialgleichungen der Bewegung gezeigt werden.

Es werde für eine Centralbewegung eines materiellen Punktes angenommen, dass die gegen das Centrum gerichtete Beschleunigung durch die Funktion des Abstandes $f(r)$ gegeben ist. Unter Zugrundelegung eines rechtwinkligen ebenen Fundamental-Coordinatensystems lauten die Differentialgleichungen der Bewegung bekanntlich

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - f(r) \frac{x}{r}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = - f(r) \frac{y}{r}$$

aus welchen durch Elimination der rechten Seiten die Gleichung

$$x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

folgt, welche der Ausdruck des Flächenprincips ist.

Legt man aber den Beziehungen ein relatives Coordinatensystem ξ, η zu Grunde, das sich gegen das der x, y mit der constanten Winkel-

Ich habe im vorhergehenden Capitel darauf hingewiesen, dass jeder Körper, dessen einzelne Punkte sich in Bezug auf einen FK in gerader Linie und mit constanter Geschwindigkeit bewegen, selbst als ein FK angesehen werden kann, und dass Sätze, die für die Bewegung irgend eines materiellen Systems gelten und von den Werten der Integrationsconstanten der Bewegungsgleichungen unabhängig sind, wenn bezüglich des einen FKs als gültig erwiesen, dann ohne weiteren Beweis auch für den anderen FK Gültigkeit haben. Die bisherige mangelhafte Kenntniss der Eigenschaften des Bezugssystems und als Folge davon die Unbekanntschaft mit dem eben ausgesprochenen Satze

geschwindigkeit ω dreht, so erhält man nach den Sätzen für die relative Bewegung

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -f(r) \frac{\xi}{r} + \omega^2\xi + 2v\omega$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = -f(r) \frac{\eta}{r} + \omega^2\eta - 2u\omega,$$

wo u und v die Componenten der relativen Geschwindigkeit bedeuten. Nun folgt auf dieselbe Weise wie früher

$$\xi \frac{d^2\eta}{dt^2} - \eta \frac{d^2\xi}{dt^2} = -2\omega(\xi u + \eta v),$$

woraus weiters

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = C - \omega r^2$$

folgt, in welcher Gleichung $r^2 \frac{d\varphi}{dt}$ die doppelte Flächengeschwindigkeit in Polarcordinaten in Bezug auf das relative System, C die doppelte Flächengeschwindigkeit in Bezug auf das Fundamentalsystem bedeuten.

Die Flächengeschwindigkeit $\frac{r^2}{2} \frac{d\varphi}{dt}$ für das relative System ist daher eine Function des jeweiligen Centralabstandes, mithin, den speciellen Fall, dass die Bewegung in einem Kreise stattfindet, ausgenommen, *nicht constant*.

Das Resultat kann auch leicht ohne Rechnung durch eine einfache Überlegung gefunden werden; ich wollte jedoch mich auch auf die Rechnung berufen, nachdem ja die nach meinen Erörterungen selbstverständliche Thatsache, dass der Laplace'sche Flächensatz von einem Coordinatensysteme auf ein anderes paralleles übertragen werden kann, das sich gegen das erstere mit constanter Translationsgeschwindigkeit bewegt, auch, wie ich sogleich im Folgenden zeigen werde, gewöhnlich durch die Analysis bewiesen wird.

hat nun bewirkt, dass sich selbst in epochemachenden Werken über analytische Mechanik überflüssige Beweise auffinden lassen.

So liefert Laplace in Tome I der gesammelten Werke, *Méc. Cél.* S. 69 Nr. 22 zu dem Satze „*Les principes de la conservation des forces vives et des aires ont encore lieu, en supposant à l'origine des coordonnées un mouvement rectiligne et uniforme dans l'espace*“, einen vollständigen analytischen Beweis. An Stelle der alten als absolut fest betrachteten Coordinaten werden neue parallele eingeführt, deren Anfangspunkt gegenüber dem früheren Systeme eine constante Translationsgeschwindigkeit hat.

Noch ausgedehnter als bei Laplace findet sich diese überflüssige Ableitung bei Poisson. Im II. Bd. S. 352 der deutschen Ausgabe heisst es: „In jedem Systeme, welches völlig frei ist, oder nur *einen* festen Punkt enthält, und dessen Punkte *m, m', m''* . . . ihrer wechselseitigen Wirkung und Kräften, die nach diesem festen Punkte gerichtet sind, unterworfen sind, hat man daher, wenn man diesen Punkt als Anfangspunkt der Coordinaten nimmt.“ Es folgen nun für ein dreiaxiges rechtwinkeliges Coordinatensystem die bekannten Differentialgleichungen der zweiten Ordnung, welche einmal integriert uns die Gleichungen liefern, die als die analytische Einkleidung des Flächenprinzips zu bezeichnen sind. Es heisst dann weiter: „Ist kein fester Punkt in dem Systeme, und sind die Körper blos ihren wechselseitigen Wirkungen unterworfen, so kann man jeden beliebigen*) Punkt als Anfangspunkt der Coordinaten nehmen.“ Und nun kommt der Beweis, „dass man auch für diesen Anfangspunkt einen Punkt nehmen kann, der eine geradlinige und gleichförmige Bewegung im Raume hat.“ Der Beweis wird auf die bekannte Weise geführt und füllt eine Druckseite. Es wird dann noch die Thatsache angeführt, dass man als Anfangspunkt der Coordinaten auch den Schwerpunkt des Systems nehmen kann.

Dieser Beweis ist nicht wichtiger, als wenn man zeigen wollte, dass es bei der Berechnung der Länge eines Curven-

*) Poisson denkt hiebei jedoch, wie aus dem Folgenden zu sehen ist, nur an einen Punkt der „fest im Raume“ ist.

stückes für das Resultat gleichgiltig ist, wo man den Anfangspunkt des Coordinatensystems annimmt.

Das Flächenprincip lässt sich jedoch wie bekannt für specielle Fälle als giltig erweisen, in welchen der Anfangspunkt des Coordinatensystems sich nicht galileisch bewegt. In den neueren Werken wird meistens nur diese erweiterte Übertragung für ein relatives Bezugssystem, das kein Fundamentalsystem ist, durchgenommen. Es ist deshalb jener in den älteren Werken über Mechanik enthaltene überflüssige Beweis in der überwiegenden Anzahl der neueren Werke nicht mehr enthalten; er ist jedoch aus denselben nicht etwa zu Folge der Erkenntniss seiner Entbehrlichkeit *verschwunden*, sondern er hat durch die Erweiterung das *Recht auf Beibehaltung* erworben. Bei der bisher ungenügenden Erkenntniss der Eigenschaften des physikalischen Bezugssystems ist es ferner selbstverständlich, dass die Entbehrlichkeit dieses Beweises für den gewöhnlichsten der Fälle, der allein in den älteren Werken behandelt worden ist, auch in den neueren Werken nicht erwähnt sein kann.

Die in diesem Abschnitte gebotene Zusammenstellung hätte leicht noch erweitert werden können; sie wird aber vielleicht in dem gegenwärtigen Umfange schon für breit erklärt werden, wenn nur der vorgelegte sachliche Zweck ins Auge gefasst wird.

Ich hielt es jedoch für geboten, eine grössere Reihe hervorragender Forscher einzubeziehen, damit die vorgeführten Mängel nicht als persönliches Verschulden, sondern im Gegentheile als die notwendige Folge des in dem besprochenen Punkte bisher nicht genügend entwickelten Zustandes unserer Kenntnisse erscheinen.

IV.

Die Zeitmessung.

Es wurde bereits im ersten Abschnitte darauf hingewiesen, dass C. Neumann an der bisherigen Fassung des Galilei'schen Principis nicht nur das Fehlen einer Angabe über den doch notwendigen Bezugskörper gerügt, sondern auch die Forderung ausgesprochen hat, es müsse das Fundament der Zeitmessung erörtert werden, ohne welches ja der Begriff „gleichförmige Geschwindigkeit“ unbestimmt bleibt.

Diese Bemerkung C. Neumann's ist ebenso begründet, wie jene, dass der Bezugskörper angegeben werden solle. Ich glaube jedoch, dass diese Frage schon durch D'Alembert und Poisson in vollkommen befriedigender Weise gelöst worden ist, wodurch auch die Bedenken, welche Neumann zu einer eigenen Lösung veranlasst haben, beseitigt erscheinen.

Wenn die Poisson'sche Erörterung über die der Mechanik und daher der Physik überhaupt zu Grunde liegende Art der Zeitmessung heutzutage genügend bekannt wäre, so hätte ich keine Veranlassung auf diesen Punkt näher einzugehen. Aus dem Umstande, dass Neumann die Poisson'sche Lösung nicht einmal erwähnt, sowie aus manchen anderen Anhaltspunkten, die sich mir dargeboten haben, glaube ich jedoch auf das Gegentheil schliessen zu dürfen. Ich werde deshalb nach Mittheilung der Neumann'schen Argumentation die Ansichten Poisson's wiedergeben; dabei wird sich auch Gelegenheit bieten, auf die Geschichte der Darstellung Poisson's einzugehen.

Neumann findet das Mittel, das wir zum Vergleiche des

zeitlichen Verlaufes von Erscheinungen verwenden, in der Rotationsbewegung unserer Erde. Der ursprüngliche Anhaltspunkt zum Vergleiche von Zeiten wäre demnach der Sterntag oder ein aliquoter Theil desselben. Nun macht Neumann darauf aufmerksam, dass die Sterntage nicht von gleicher Dauer sind, sondern von Jahr zu Jahr etwa um ein Millionstel Secunde grösser werden. Die Ursachen dieser Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde liegen bekanntlich zum grössten Theile in der Zusammenziehung der Erde in Folge ihrer Erkaltung und in der Flutreibung; sie wirken in entgegengesetztem Sinne und die letztgenannte überwiegt. Es könne deshalb, so argumentiert Neumann, die Secunde des Sterntages kein uns vollkommen befriedigendes Zeitmafs liefern und somit liege die Aufgabe vor, die Zeitmessung besser zu fundieren. Er stellt deshalb den folgenden Grundsatz auf: „Zwei materielle Punkte, von denen jeder sich selbst überlassen ist, bewegen sich in solcher Weise fort, dass gleiche Wegabschnitte des einen immer mit gleichen Wegabschnitten des anderen correspondieren.“ Dieser Satz soll einen Theil des Galilei'schen Principis bilden, das hiedurch vom Zeitmafs unabhängig gemacht wird. Auf ihn wird dann die Definition des Begriffes „gleiche Zeiten“ gegründet und diese als solche Zeiten definiert, innerhalb deren ein sich selbst überlassener Punkt gleiche Wege zurücklegt.

Ich werde nun zeigen, dass die Zurückführung der Zeitmessungen auf die nahezu gleichförmige Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde aus einem viel wesentlicheren Grunde nicht erlaubt ist, als dem von Neumann vorgebrachten.

Um den angekündigten Nachweis zu liefern scheint es mir zweckmässig die bezügliche Stelle aus Poisson's Mechanik anzuführen. Da die Frage der Zeitmessung notwendig in irgend einem Capitel der Physik erörtert werden muss und hiefür der geeignetste Platz die Besprechung des Galilei'schen Principes ist, so sollte der Inhalt der nun folgenden Stelle Poisson's in jedem Handbuche der Mechanik und der allgemeinen Physik Platz finden. Die erwähnte Stelle entnehme ich der schon öfter benützten Stern'schen Übersetzung der zweiten Auflage vom Jahre 1833; ich habe jedoch zur besseren Anpassung an das Original einige kleine Abänderungen vor-

genommen. Im Wesentlichen ist die Darstellung des in Rede stehenden Capitels auch schon in der ersten Auflage von 1811 enthalten.

II Buch, N. 111. „Man definiert weder den Begriff der Zeit noch den des Raumes; in der Geometrie und Dynamik genügt es, dass wir die Dimensionen der Körper und die Dauer ihrer Bewegungen messen können. Das Mafs der Länge gründet sich auf das Aufeinanderlegen und lässt sich ohne Schwierigkeit begreifen; das Mafs der Zeit dagegen erfordert einige Erörterung.

Man würde offenbar einen fehlerhaften Cirkel-Schluss begehen, wenn man einerseits sagte, dass die gleichförmige Bewegung diejenige ist, bei welcher die durchlaufenen Räume den Zeiten proportional sind, und andererseits, dass die gleichförmige Bewegung das Mafs der Zeit ist, d. h. dass dieselbe den Räumen proportional ist, die bei dieser Bewegung durchlaufen werden. Der Begriff gleicher Zeiten und das Mafs der Zeit ist aber nicht notwendig auf irgend ein besonderes Gesetz der Bewegung gegründet, und man kann sie daher in der Erklärung der gleichförmigen Bewegung sowie jeder anderen Bewegung als bekannt voraussetzen.

Man denke sich nämlich, dass völlig identische Körper sich nach einander bewegen und dass jeder dieser Körper während der ganzen Dauer der Bewegung sich genau in demselben Zustande befindet wie derjenige, der ihm vorausgegangen ist; offenbar werden alsdann alle diese Bewegungen, deren Gesetz unbekannt ist, in gleichen Zeiten ausgeführt, und ihre Zahl kann als Zeitmafs dienen. Hat man z. B. schwere Körper, die durch eine feste horizontale Axe gehalten werden, und die man alle gleich viel aus der Gleichgewichtslage entfernt und alsdann sich selbst überlässt, so dass die Bewegung des zweiten anfängt, sobald der erste in diese Lage zurückgekehrt ist u. s. w., so kann es zwischen diesen auf einander folgenden Bewegungen, die in gleichen Zeiten vollführt werden, keinen irgendwie gearteten Unterschied geben.“

In dem nun folgenden Texte erörtert Poisson das praktische Zeitmafs, das auf die Umdrehung der Erde begründet ist. Die Erkenntniss, dass die Erde eine gleichförmige Umdrehungs-

geschwindigkeit hat, wird jedoch ausdrücklich erst als durch den Vergleich mit den identischen Bewegungen erwiesen betrachtet.

Entscheidend für die Trefflichkeit dieser Erklärung der Zeitmessung ist der Umstand, dass an Stelle des Galilei'schen Principes irgend ein anderes Gesetz giltig sein und doch auf diese Art das Zeitmaß in gleicher Weise erhalten werden könnte. Selbstverständlich bleibt es stets nur eine Voraussetzung, dass Vorgänge, die sich durch nichts anderes unterscheiden als dadurch, dass sie zu verschiedenen Zeiten stattfinden, gleiche Dauer haben; dies ist aber eine oberste Voraussetzung, die vollständig analog derjenigen der Geometrie ist, dass Strecken unverändert übertragen werden können. Indem wir einen und denselben Vorgang beliebig oft sich wiederholen lassen, legen wir gleichsam das Zeitmaß ebenso oft an. Ich werde gegen Schluss dieses Capitels Auseinandersetzungen Maxwell's mittheilen, in welchen die in Rede stehende Voraussetzung noch eingehender zergliedert wird.

Eine Kugel, die auf einer Ebene fortrollt und durch Reibung endlich zur Ruhe gelangt, ein Pendel, das um einen Winkel α aus seiner Ruhelage herausgezogen auf die entgegengesetzte Seite in Folge der Bewegungshindernisse nur mehr bis zur Amplitude $\beta < \alpha$ ausschwingt, kann, falls wir nur diesen Vorgang unter den gleichen Umständen wieder einzuleiten vermögen, als Zeitmaß dienen. Die Sanduhr, dieser ursprünglichste aller Zeitmeßapparate, basiert unmittelbar auf dem Principe der identischen Vorgänge. Bei den Pendeluhren werden bekanntlich die Bewegungshindernisse durch Impulse, welche das herabsinkende Gewicht oder die gespannte Feder liefern, compensiert und dadurch die aufeinander folgenden Pendelschwingungen zu identischen Vorgängen gemacht; die Berechtigung, sie zur Zeitmessung zu verwenden, folgt daher auch aus jenem Principe.

Man wird deshalb jene mit unserem gesammten Denken eng verbundene Annahme von der Möglichkeit einer unveränderten zeitlichen Übertragung von Vorgängen ausdrücklich namhaft zu machen, oder wie es gewöhnlich mit dem erwähnten analogen Principe der Geometrie geschieht, stillschweigend vor-

auszusetzen haben, worauf dann das Princip der identischen Vorgänge ausgesprochen werden kann.

Ist auf diese Art das Mittel für die Zeitmessung gefunden, so folgt die Erfahrung, dass die Bewegung eines sich selbst überlassenen materiellen Punktes durch gleiche Strecken während gleich langer Zeitabschnitte geschieht, als eine neue, von dem Wesen der Zeitmessung ganz unabhängige Thatsache. Aus ihr folgt dann durch die Analysis, dass ein unbeeinflusster sich drehender Körper die Drehgeschwindigkeit constant erhält; wir erfahren daher diese weitere Thatsache als eine Folge unserer Voraussetzung über die Zeitmessung und des Galilei'schen Princips. Diese Eigenschaft rotierender Körper kann dann wol auch zur Zeitmessung verwendet werden, ja die für die bisherige Culturperiode der Menschheit nahezu unveränderte Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde empfiehlt sich sogar in hohem Grade zur praktischen Grundlage unserer Zeitmessungen, allein man darf nicht aus ihr das *Wesen* der Zeitmessung ableiten.

Da jede Rotation eines Körpers absolut erkannt werden kann und die Methoden, welche hiefür zu Gebote stehen, z. B. die Centrifugalerscheinungen, auch ohne Uhr die Unveränderlichkeit der Rotationsgeschwindigkeit erkennen lassen, so könnte die Ansicht auftauchen, es wäre vorteilhaft auf solche Weise die Unveränderlichkeit der Rotationsgeschwindigkeit der Erde zu constatieren und doch auf ihre Bewegung die Zeitmessung zu gründen. Die Überlegung, dass auf solche Weise die Constanz der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde doch nur auf Grundlage der Identität von Erscheinungen erkannt werden würde, müsste uns jedoch den Poisson'schen Gedankengang, der von jenem Principe direct zur Zeitmessung führt und die Wahl des Bewegungsvorganges frei lässt, empfehlenswerter machen.

Wenn wir darnach forschen, wem das Verdienst zuzusprechen ist, die Frage nach dem Wesen unserer Zeitmessung, nach den logischen Prämissen, welche ihr zu Grunde liegen, zuerst in richtiger Weise beantwortet zu haben, so ist, soviel ich erforschen konnte, D'Alembert zu nennen. Er hat die Lösung zwar nicht in so eingehender und klarer Weise ausgesprochen, wie nach ihm Poisson, doch war die Präcisierung und Ausarbeitung der D'Alembert'schen Ideen keine so schwierige

Aufgabe, als dass wir berechtigt wären, D'Alembert's Verdienst deshalb zu schmälern. Ja ich halte das Verdienst, das sich Poisson durch die Vervollkommnung der einmal gewonnenen Ideen erworben hat, sogar für kleiner als dasjenige, das wir ihm dafür zuerkennen müssen, dass er überhaupt den Wert der D'Alembert'schen Auffassung erkannt und zu ihrer Verbreitung beigetragen hat.

Ich werde nun, um meine Behauptungen zu rechtfertigen, die hierhergehörigen Stellen aus D'Alembert's *Traité de Dynamique**) anführen.

D'Alembert spricht zuerst das Galilei'sche Princip aus und findet, dass die gleichförmige Bewegung sich am besten zur Zeitmessung eignet: „nous trouvons donc dans le mouvement uniforme, la mesure la plus simple du temps;“ gleich hierauf erhält diese Art der Zeitmessung die Prädicate „la mesure la plus exacte“, „la mesure du temps la plus naturelle“. Hierbei hat D'Alembert offenbar das praktische Zeitmaß im Auge.

Er sieht sich aber weiters zur Erörterung der Frage gedrängt, wann eine Bewegung als gleichförmig zu betrachten sei. Da es sich bei dieser Untersuchung um die Bestimmung von gleichen Strecken und gleichen Zeiten handelt, erstere jedoch keine Schwierigkeit bildet, so bleibt nur die Frage: welche Zeitabschnitte nennen wir gleich lang?

Zum Verständniss des folgenden Textes muss ich noch erwähnen, dass D'Alembert, um ja durch die Thatsachen nicht widerlegt werden zu können, so vorsichtig ist, auf die jeder Messung anhaftenden Beobachtungsfehler Rücksicht zu nehmen, und nicht von gleichförmiger Bewegung und gleich langen Zeiten zu sprechen, sondern nur von „beiläufig“ und „nahezu“ gleichen Strecken, Geschwindigkeiten und Zeiten. Es gibt diefs nur eine andere nicht gewohnte Form des Ausdruckes, die Gedanken sind bei ihm und bei uns dieselben.

D'Alembert führt drei Kennzeichen einer gleichförmigen Bewegung an: „Nous avons trois moyens de juger, qu'un mouvement est à peu près uniforme: 1.^o Quand le corps qui se meut, parcourt des espaces égaux dans des temps que nous avons lieu

*) II Édit. 1758.

de juger égaux; et nous avons lieu de juger les temps égaux, quand nous avons observé par une expérience réitérée, *qu'il se passe durant ces temps des effets semblables*, que nous avons lieu de juger devoir durer également longtemps. Ainsi nous avons lieu de juger que les temps, qu'une même clepsydre met à se vider sont égaux. Si donc pendant ces temps un corps parcourt des espaces égaux, nous avons lieu de juger que son mouvement est uniforme." (p. 13 und 14.)

Die anderen beiden Merkmale sind indirecte; es ist nicht notwendig hier auf dieselben einzugehen. Auf das dritte werde ich übrigens später zu sprechen kommen.

Sobald nun dieses von D'Alembert angeregte und von Poisson noch weiter durchgeführte Princip der Zeitmessung als das richtige erkannt wird, müsste der Neumann'sche Vorschlag, den Text des Galilei'schen Principis so zu ändern, dass der nach seiner Ansicht nicht definierbare Ausdruck „gleiche Zeiten“ entfällt, für überflüssig erklärt werden.

Es wird mir jedoch noch erlaubt sein zu zeigen, dass die von jenem hervorragenden Forscher vorgeschlagene Lösung auch nicht glücklich ist.

Zur Charakterisierung der gleichförmigen Bewegung soll nach Neumann der schon früher angeführte Satz dienen: „Zwei materielle Punkte, von denen jeder sich selbst überlassen ist, bewegen sich in solcher Weise fort, dass gleiche Wegabschnitte des einen immer mit gleichen Wegabschnitten des andern correspondieren.“ Die Richtigkeit dieses Satzes ist nicht zu bezweifeln. Da jedoch Neumann auf Grund desselben aus der Bewegung der Punkte das Zeitmaß ableitet, nämlich solche Zeiten für gleich erklärt, innerhalb welcher diese Punkte gleiche Wege zurücklegen, so wäre zu verlangen, dass das Merkmal der Correspondenz der gleichen Wegabschnitte die Bewegung der Punkte hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit ausschliesslich charakterisierte. Es müsste, sobald wir an zwei Punkten constatieren, dass jene Correspondenz stattfindet, jeder der Punkte sich gleichförmig bewegen, also jene Zeitabschnitte als gleich lang zu betrachten sein, innerhalb welcher gleiche Wege zurückgelegt werden.

Nun lässt sich aber zeigen, dass das Neumann'sche Merk-

mal auch in Fällen zutrifft, in welchen die Bewegung von ungleichförmiger Geschwindigkeit ist. Die Definition ist daher zu weit.

Betrachten wir zwei Bewegungen, welche durch die Gleichungen $X = Ef(t)$ und $x = ef(t)$ gegeben sind; E und e bedeuten zwei beliebige Constante, X und x die Wege, welche nach Verlauf der Zeit t zurückgelegt worden sind. Mag die Funktion $f(t)$ welche Form immer haben, so werden doch die während ein und desselben Zeitintervalles zurückgelegten Strecken stets das Verhältniss $\frac{E}{e}$ zeigen. Wenn daher von t_1 bis t_1' die Punkte die Strecken X_1 und x_1 zurücklegen und von t_2 bis t_2' die Strecken X_2 und x_2 , so findet die Proportion statt

$$\frac{X_1}{x_1} = \frac{X_2}{x_2} = \frac{E}{e}$$

Ist nun $X_1 = X_2$, so ist auch $x_1 = x_2$.

Wir sind daher durch den Neumann'schen Satz durchaus nicht über die Bewegung der Punkte belehrt; derselbe gilt thatsächlich für jede Form der Funktion f , sollte aber, um den gewünschten Zweck zu erfüllen, nur für den Specialfall $f(t) = t$ gelten.

Unter den drei von D'Alembert angegebenen Merkmalen der gleichförmigen Bewegung findet sich auch das eben discutierte. Diese Stelle der D'Alembert'schen Dynamik ist jedoch Neumann gewiss unbekannt gewesen; überhaupt steht der Neumann'sche Vortrag nicht mit historischen Studien in Verbindung.

D'Alembert gibt als 3. Merkmal der gleichförmigen Bewegung an (p. 14): „3°. Quand nous comparons le mouvement dont il s'agit à d'autres mouvements, et que nous observons la même loi dans les uns et les autres. Ainsi, si plusieurs corps se meuvent, de manière que les espaces qu'ils parcourent durant un même temps soient toujours entr'eux, ou exactement, ou à peu près dans le même rapport, on juge que le mouvement de ces corps est ou exactement, ou au moins à très-peu près uniforme. Car si un corps A qui se meut uniformément parcourt l'espace E durant le temps T pris à volonté, et qu'un autre corps B , se mouvant aussi uniformément, parcourt l'espace e pendant le même temps T , le rapport des espaces E, e , sera

toujours le même soit que les deux corps aient commencé à se mouvoir dans le même instant ou dans des instants différents; et le mouvement uniforme est le seul qui ait cette propriété. C'est pourquoi si on divise le temps en parties quelconques égales ou inégales à volonté, et si on trouve que les espaces parcourus par deux corps durant une même partie de ce temps, sont toujours dans le même rapport, plus le nombre des parties du temps sera grand, plus on sera en droit de conclure que le mouvement de chaque corps est uniforme."

Wir finden hier dieselben Gedanken wie bei Neumann. Da übrigens D'Alembert so vorsichtig war zu verlangen, dass die Proportionalität immer stattfinden soll, ob die Punkte die Bewegung *gleichzeitig oder zu verschiedenen Zeiten* begonnen haben — und wir werden annehmen dürfen, er habe gemeint, *zu beliebig verschiedenen Zeiten* —, so ist bei ihm in der That das Merkmal beschränkt auf den Fall gleichförmiger Bewegung. Nur für den einzigen Fall der gleichförmigen Bewegung findet stets Proportionalität zwischen den während derselben Zeit durchlaufenen Strecken statt, um wie viel der zweite Punkt auch seine Bewegung früher oder später als der erste beginnen mag. Der Umstand, dass die Bewegungen überhaupt zu verschiedenen Zeiten beginnen und doch die Proportionalität stattfindet, ist noch kein Zeichen für die gleichförmige Bewegung; so kann z. B. eine periodische Bewegung $X = E \sin \frac{2\pi}{\tau} t$ um τ später beginnen als die Bewegung $x = e \sin \frac{2\pi}{\tau} t$ und dennoch werden die Strecken immer Proportionalität zeigen. Die beliebige Wählbarkeit der Zeitdifferenz des Beginnes ist deshalb eine notwendige Bedingung, wenn das D'Alembert'sche Kennzeichen eindeutig sein soll.

Von grossem Werte ist übrigens die in Rede stehende Methode D'Alembert's nicht, da ja die zu untersuchenden Bewegungen meist von bestimmtem unabänderlichem Verlaufe sind und wir nicht mit ihnen experimentieren, d. h. sie früher oder später beginnen lassen können. Jedesfalls werden wir aber D'Alembert dafür die Anerkennung nicht versagen können, dass es ihm gelungen ist, sein Merkmal eindeutig zu bestimmen, und dass er diese Eindeutigkeit auch ausdrücklich hervorgehoben hat.

Die D'Alembert-Poisson'sche Fundierung der Zeitmessung ist in den neueren Werken merkwürdiger Weise selten berücksichtigt worden. Die meisten derselben gehen auf diese Frage gar nicht ein, andere behalten den von Poisson aufgedeckten logischen Cirkel bewusst oder unbewusst bei. Werke, in denen die Poisson'schen Gedanken aufgenommen erscheinen, sind Duhamel, Lehrbuch der reinen Mechanik*) und Narr, Einleitung in die theoretische Mechanik**); selbständige Standpunkte nehmen ein Thomson-Tait und Schell.

Thomson-Tait kennen den logischen Cirkel, wollen ihn aber dadurch schadlos machen, dass sie in Bezug auf die gleichförmige Bewegung das Galilei'sche Princip nicht als Erfahrungssatz hinstellen, sondern es als Sache der Convention betrachten, dass wir gleiche Zeiten solche nennen, in denen von einem Körper, der sich selbst überlassen ist, gleiche Wege zurückgelegt werden.***) Bei der Wichtigkeit der Frage, auf welche Voraussetzungen unsere Zeitmessung basiert ist, wird es mir gestattet sein, diese Ansicht Thomson-Tait's etwas näher zu betrachten.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass es erlaubt ist anzunehmen, die Zeitmessung, welche auf die identischen Vorgänge basiert ist, und diejenige, welche sich auf die Bewegung des sich selbst überlassenen Körpers gründet, lieferten verschiedene Resultate, z. B. in der Art, dass auf Grundlage der identischen Vorgänge wir die Erfahrung machten, ein sich selbst überlassener Punkt bewege sich mit abnehmender Geschwindigkeit. Die Berechtigung zu dieser Annahme folgt aus dem Umstande, dass das Princip der identischen Vorgänge von der Giltigkeit des Galilei'schen Principes unabhängig ist. Würde nun die Thomson-Tait'sche Zeitbestimmung zu Grunde gelegt, so würde in dem angenommenen Falle sich als Erfahrungsergebnis ergeben, dass vollkommen identische Vorgänge verschiedene Dauer haben können. Diese Folgerung werden wir jedoch als eine mit unserem gesammten Denkproceß in Widerspruch stehende zurückweisen, denn sie würde,

*) Deutsch von Wagner 1853, I. Theil S. 207.

**) 1875, S. 28 u. flgd.

***) Thomson u. Tait, Handbuch der theoretischen Physik, Bd. I. S. 246 u. 247.

wie Maxwell zeigt (die betreffende Erörterung werde ich später bringen), einer Leugnung des Causalgesetzes gleichkommen. Wir erkennen durch die eben angestellte Überlegung, dass die Gleichstellung identischer Vorgänge in jeder Beziehung, also auch in Bezug auf ihren zeitlichen Verlauf, viel tiefer mit unserem gesammten Vorstellungsgehalte verbunden ist, als die Thatsache des Galilei'schen Princip's; es ist deshalb die grundlegende Entscheidung über die Zeitbestimmung von dem zuerst genannten Gesichtspunkte aus, also in der durch D'Alembert und Poisson vertretenen Weise zu treffen.

Die Richtigkeit der D'Alembert-Poisson'schen Auffassung ist auch bisher von Niemand bezweifelt oder bestritten worden; wenn sie nicht allgemein für die physikalische Mechanik adoptiert worden ist, so dürfte dies nur in dem Umstande begründet sein, dass sie im Laufe der raschen Entwicklung der physikalischen Disciplinen in Vergessenheit geraten ist*).

Die Ansicht, welche Schell von der Bedeutung und dem Wesen der Zeitmessung hat, finden wir auf den SS. 6 und 7 des I. Bandes des früher citierten Werkes ausgesprochen. Es heisst dort: „Wie man den Raum durch einen bestimmten, übrigens beliebigen Raum misst, so misst man die Zeit durch eine bestimmte, im Übrigen ebenfalls beliebig wählbare Dauer einer *gleichförmigen* Bewegung. Man wählt hierzu die Dauer der gleichförmig erfolgenden Rotation der Erde, nennt den vollen Umlauf derselben einen Tag und theilt ihn in der üblichen Weise in Stunden, Minuten und Secunden ein.

*) Die Besprechung des Thomson-Tait'schen Werkes mit Rücksicht auf die Frage der Zeitmessung bietet Gelegenheit zu einer Bemerkung.

Die Frage, auf welche Anschauungen fussend wir den Begriff „gleiche Zeiten“ zu gewinnen haben, ist gänzlich zu trennen von der Frage, auf welche Weise praktisch ein Zeit-Etalon hergestellt werden kann, der durch Äonen uns einen unveränderten Einheitswert liefert. Diese Frage gehört ebensowenig unter die Grundlagen der analytischen Mechanik, als Erörterungen über die Herstellung des Normalmafsstabes dorthin oder in die Geometrie gehören. Ich werde daher auf diese Frage hier nicht einzugehen haben, verweise aber auf ein in dem Thomson-Tait'schen Werke den „Maßen und Messinstrumenten“ gewidmetes Capitel, in welchem No. 406 einen Vorschlag für die Herstellung eines Zeit-Etalons enthält.

Die Wahl einer gleichförmig fließenden Zeit als Grundlage für die Beurtheilung der Bewegungen ist übrigens nur eine Sache der Convention, kein absolutes Bedürfniss der Mechanik, ebensowenig wie ein gleichförmiges Wachstum der unabhängigen Variablen in der Analysis.“

In dem ersten Theile dieses Citates spricht Schell im Sinne der physikalischen Mechanik. Wir werden aber zu fragen haben, aus welchem Gesichtspunkte, solange das Princip der Zeitbestimmung noch nicht festgestellt ist, man entscheiden soll, welche Bewegung *gleichförmig* ist; eine solche soll aber, so wird verlangt, für die Zeitmessung ausgewählt werden. Entweder steckt hier der bekannte logische Cirkel, oder es wird stillschweigend das Princip der identischen Vorgänge anerkannt.

In dem zweiten Theile hingegen erklärt Schell eine bestimmte physikalisch gegebene Art der Zeitbestimmung überhaupt für unnötig. Diese Behauptung steht im Einklange mit den schon früher besprochenen Ansichten Schell's von dem rein mathematischen Charakter der Mechanik; über die Beschränkung, welche bei solchen rein mathematischen Deductionen einzuhalten ist, habe ich mich schon im Früheren wiederholt ausgesprochen.

Eine eigenthümliche Stellung zu der vorliegenden Frage nimmt Maxwell ein. Derselbe spricht auf S. 14 der früher citierten Schrift das Causalgesetz mit den Worten aus „dieselben Ursachen bringen immer dieselben Wirkungen hervor“ und gibt hierzu noch die folgende Erklärung: „Um diesen Satz verständlich zu machen, müssen wir definieren, was wir unter denselben Ursachen und unter denselben Wirkungen verstehen; denn es ist klar, dass kein Ereigniss je mehr als einmal stattfindet, so dass die Ursachen und Wirkungen nicht in *allen* Beziehungen gleiche sein können. In Wirklichkeit ist gemeint, dass wenn die Ursachen sich von einander bloss hinsichtlich des absoluten Raumes und der absoluten Zeit ihres Stattfindens unterscheiden, dieses dann ebenso für die Wirkungen gilt.

Die folgende Behauptung, welche dem obigen Satz äquivalent ist, scheint deutlicher zu sein, ausdrücklicher mit den Begriffen von Raum und Zeit verknüpft und leichter anwendbar

auf einzelne Fälle: „Der Unterschied zwischen zwei Ereignissen hängt nicht ab von dem reinen Unterschiede der Zeiten oder der Orte, in denen und an denen sie stattfinden, sondern nur von Unterschieden in dem Wesen*), der Configuration oder der Bewegung der betreffenden Körper.“

Hieraus folgt, dass, wenn ein Ereigniss zu einer bestimmten Zeit und an einem bestimmten Orte stattgefunden hat, es für ein ganz gleiches Ereigniss möglich ist zu einer anderen Zeit und an einem anderen Orte stattzufinden.“

Diese Stelle Maxwell's bedarf vor Allem im Hinblick auf meine früheren Erörterungen, welche sich auf die Notwendigkeit einer Berücksichtigung der Eigenschaften des physikalischen Bezugssystems beziehen, einer Einschränkung. Maxwell gibt nämlich an, dass die Wirkungen stets dieselben seien, wenn auch die Ursachen sich hinsichtlich des absoluten Raumes unterscheiden. Es müsste demnach ein und dasselbe System, so oft es in derselben Configuration der Lage seiner einzelnen Theilchen und in denselben relativen Bewegungsverhältnissen erscheint, auch dieselben weiteren Prozesse durchlaufen. Diese Annahme ist jedoch, wie ich hinlänglich erörtert habe, nicht richtig, sondern es muss zu den gestellten Bedingungen noch die weitere hinzutreten, dass die Bewegungsverhältnisse in den beiden verglichenen Fällen auch bezüglich eines Fundamentalsystems dieselben seien; es braucht jedoch in den beiden Fällen nicht dasselbe Fundamentalsystem als Bezugssystem gewählt zu werden, sondern es können die beiden Systeme eine relative Geschwindigkeit besitzen.

Es gibt also auch diese Stelle einen Beleg für die Richtigkeit meiner Behauptung, dass die gesammte Mechanik bis zum heutigen Tage an einer Unklarheit leidet, die erst durch die Einführung des Fundamentalsystems beseitigt wird.

Wenn wir nun die rectificierten Maxwell'schen Äusserungen mit Bezug auf die Frage der Zeitmessung betrachten, so werden wir sofort erkennen, dass sie einer besonders präzisen Formulierung des Princip der identischen Vorgänge gleich zu achten sind. Es wäre demnach vorauszusetzen, dass Maxwell sich hin-

*) Dieser Ausdruck ist nicht glücklich gewählt.

sichtlich dieser Frage an die D'Alembert-Poisson'sche Auffassung anschliessen würde.

Man muss deshalb überrascht sein in Artikel XLIII S. 35 eine Definition des Begriffes „gleiche Zeiten“ zu finden, welche sich auf das Galilei'sche Princip gründet und solche Zeiten für gleich erklärt, während welcher zwei sich selbst überlassene Körper, die auch keiner gegenseitigen Einwirkung unterworfen sind, relativ zu einander gleiche Wege zurücklegen.

Maxwell hat es demnach übersehen, dass, falls der auf die gleichförmige Bewegung sich beziehende Theil des Galilei'schen Principis als eine Erfahrungsthatsache aufgefasst werden soll, in der im Artikel XLIII ausgesprochenen Definition der gleichen Zeiten der von Poisson aufgedeckte logische Cirkel liegt, falls aber im Galilei'schen Principe eine willkürliche Definition des Zeitmafses enthalten sein soll (Thomson-Tait), dieses nicht notwendig mit dem aus dem Causalgesetze und dem mit ihm verbundenen und von Maxwell selbst vertheidigten Principe der identischen Bewegungen übereinzustimmen braucht; ja es genügt allein schon der Hinweis auf das Princip der identischen Vorgänge um die Definition der „gleichen Zeiten“ aus dem Trägheitssatze überflüssig und concurrierend erscheinen zu lassen. Ich glaube nicht zu irren, wenn ich annehme, dass Maxwell, falls ihm die hier in Betracht kommende Stelle der Poisson'schen Mechanik bekannt gewesen wäre, den Artikel XLIII nicht geschrieben hätte.

Zur Ergänzung der Geschichte der Poisson'schen Behandlung der Frage der Zeitbestimmung muss ich noch darauf hinweisen, dass auch Laplace in seiner 1796 in erster Auflage erschienenen Exposition du système du monde diesen Gegenstand berührt. Er beginnt das III. Cap. „Von der Zeit und ihrem Mafse“*) mit einer Definition des Begriffes „Zeit“. Auf eine Kritik dieser Definition lasse ich mich nicht ein, da es für die Physik genügt, das Zeitmafs anzugeben. Dieses findet er in den Pendelschwingungen: „Wenn ein Pendel am Ende einer jeden Schwingung sich unter völlig gleichen Umständen befindet, so wird

*) Laplace, „Darstellung des Weltsystems.“ Deutsch von Hauff, Frankfurt 1797. S. 30.

auch die Dauer dieser Schwingungen die nämliche sein, und man wird die Zeit nach ihrer Anzahl messen können.“ Nun heisst es aber anschliessend weiter: „Zu diesem Mafse kann man auch die successiven Umwälzungen der Himmelskugel, bei welchen alles gleich erscheint, gebrauchen; man ist aber allgemein darin übereingekommen, zu dieser Absicht der Bewegung der Sonne sich zu bedienen.“

Laplace kennt also den principiellen Unterschied dieser beiden Arten der Zeitmessung nicht und bringt gegen D'Alembert, der seine im Früheren besprochenen Ansichten ungefähr ein halbes Jahrhundert vor Laplace auseinandergesetzt hat, nicht nur keinen Fortschritt, sondern sogar einen Rückschritt.*)

Schliesslich muss ich noch auf die Stellung zu sprechen kommen, welche Euler zu dieser Frage einnimmt. Es ist bereits bekannt, dass er die Frage von der Relativität der Bewegung durch die Annahme eines gleichsam materialisierten absoluten Raumes gelöst zu haben glaubte. Nachdem er bezüglich des Raumes auf eine derartige Hypothese verfallen konnte, dürfen wir nicht erstaunen (eine Bemerkung, die Euler selbst macht), ihn gegenüber der Frage der Zeitmessung eine ähnliche Stellung einnehmen zu sehen.

In der schon mehrfach benützten Academieschrift von 1748 finden wir p. 331 die folgende Stelle: „XVIII. Les idées de l'espace et du temps ont presque toujours eu le même sort, de sorte que ceux qui ont nié la réalité de l'un, ont aussi nié celle de l'autre, et réciproquement. On ne sera pas donc surpris, qu'en établissant la réalité de l'espace, nous reconnaissons aussi le temps, comme quelque chose de réel, qui ne subsiste pas seulement dans notre esprit, mais qui coule réellement en servant de mesure à la durée des choses.“

Im Folgenden discutiert Euler die Frage noch weiter, ob

*) Der D'Alembert'sche *Traité de Dynamique* ist 1743 in I., 1758 in II. Auflage erschienen. Die nach dem 1783 erfolgten Tode des Verfassers hergestellte Auflage von 1796 ist ein unveränderter Abdruck der II. Auflage. Ob D'Alembert schon in der I. Auflage von 1743 seine Ansichten über die Zeitmessung in ähnlicher Weise wie in der II. Auflage ausgesprochen hat, kann ich derzeit nicht bestimmen, da mir diese Auflage nicht vorliegt.

nicht vielleicht doch das Zeitmaß aus den Veränderungen, die wir an den Körpern wahrnehmen, abgeleitet werden könnte oder vielleicht aus der auf den absoluten Raum bezogenen gleichförmigen Bewegung. Er findet aber alle diese Annahmen unthunlich und kommt wieder auf die im Citate enthaltenen Ansichten zurück.

Noch schroffer sind dieselben in der später (1765) erschienenen *Theoria motus* ausgesprochen, und ich kann es mir nicht versagen einige diese merkwürdige Ansicht charakterisierende Sätze nach der Wolfers'schen Übersetzung (S. 10) hier einzufügen.

„Wenn man daher, wie einige wollen, die Kenntniss der Zeit nicht anderswoher, als aus der Betrachtung der Bewegung schöpfen könnte, so würden wir weder die Zeit ohne die Bewegung, noch diese ohne jene erkennen können; wir würden daher von keiner von beiden je eine Kenntniss erlangt haben. Die Eintheilung der Zeit haben wir durch die Betrachtung der Bewegung, nämlich der Bewegung der Sonne gelernt, aber auch ohne Hülfe der Bewegung haben wir, wie es scheint, einen Begriff von dem, was vor und nach ist, und hieraus wird sich von selbst die Idee der Aufeinanderfolge ergeben. Wenn wir nun ferner auch der Betrachtung der Bewegung die genauere Kenntniss der Zeit verdanken, so folgt hieraus doch nicht, dass die Zeit an sich nichts anderes sei, als was wir uns darunter denken. *Was nämlich zwei gleiche Zeitintervalle sind, sieht jeder ein, wenn auch vielleicht nie in beiden gleiche Änderungen eintreten, aus denen man auf jene Gleichheit schliessen könnte.* Welchen Streit daher auch die Philosophen etc.“

„Ferner muss man zugeben, dass die Zeit unabhängig von jeder Bewegung verfließe, so dass man sich Theile derselben denken könne, welche sowol einander gleich als nach einem beliebigen Verhältniss ungleich sind.“

Es muss uns geradezu ein Rätsel bleiben, wie ein Leonhard Euler sieben Jahre nach dem Erscheinen der II. Auflage von D'Alembert's *Traité de Dynamique* noch solche Anschauungen aufrecht erhalten konnte.

V.

Kraft und Masse.

Nachdem durch die vorhergegangenen Untersuchungen die Bedeutung des Galilei'schen Principis nach jeder Richtung erörtert worden ist, werden wir im Anschlusse an jenes Gesetz zu den Begriffen „Kraft“ und „Masse“ geführt. Dem Trägheitssatze liegt nämlich, wie erwähnt, die Erfahrung zu Grunde, dass es, so oft an einem materiellen Punkte eine Abweichung von der gleichförmigen geradlinigen Bewegung beobachtet wurde, bisher immer gelungen ist, einen zweiten Körper aufzufinden, dessen *Existenz, Lagen- und Geschwindigkeitsverhältnisse* als notwendige Bedingungen jener Abweichung erscheinen. Unserem Sprachgebrauche gemäss bezeichnen wir deshalb jenen zweiten Körper, oder wenn deren mehrere sind, alle jene Körper, welche Einfluss auf die Bewegungserscheinungen des Punktes haben, einschliesslich der Configuration ihrer Lage und ihrer Geschwindigkeitsvectoren als die Ursache der Beschleunigung und Richtungsänderung der Bewegung des Körpers. Da man bekanntlich den Begriff „Beschleunigung“ derart erweitert hat, dass die Richtungsänderung mit inbegriffen erscheint, so wird man sagen können, dass für jede Beschleunigung eines materiellen Punktes seine Configuration zu anderen Körpern als Ursache anzusehen ist. Ich brauche nicht neuerdings hervorzuheben, dass alle Geschwindigkeitsvectoren in Bezug auf ein Fundamentalsystem bestimmt zu denken sind.

Unter den verschiedenen Configurationen, in welche ein Punkt M (so soll kurz der materielle Punkt heissen, dessen Bewegung wir untersuchen) eintreten kann, sind diejenigen von

besonderem Interesse, bei welchen der lebende menschliche Körper in der Configuration als Glied erscheint, und welche für den Menschen von besonderen Empfindungen, den Muskelempfindungen oder Kraftempfindungen, begleitet sind. Wenn wir nun unseren menschlichen Körper derart in einer Configuration von materiellen Körpern erscheinen lassen, daß wir Kraftempfindungen wahrnehmen und der Punkt oder Körper M eine Beschleunigung annimmt, so bezeichnen wir diese Verhältnisse dadurch, dass wir sagen, wir üben auf den Punkt M eine Kraft aus. Diese Ausdrucksweise wird meistens auch auf die Configuration des Punktes M mit leblosen Körpern ausgedehnt und z. B. gesagt, der gespannte Bogen übt eine Kraft oder einen Druck aus auf den Pfeil, die Pulvergase üben einen Druck auf die Kugel, die Sonne übt eine Anziehung auf die Erde aus. Dieser Anthropomorphismus ist nicht schädlicher, als wenn man sagt, dass Silbernitrat unter dem Einflusse des Lichtes zersetzt wird, oder durch den Knall einer Kanone die Fenster zum erzittern gebracht werden. Niemand wird in diesen Fällen daran denken, daß die Empfindungen, welche wir Licht und Schall nennen, irgend welche Rolle bei diesen Erscheinungen spielen könnten, und deshalb etwa die Forderung stellen, anstatt von Licht nur von Ätherschwingungen, anstatt von Knall nur von Luftschwingungen zu sprechen. Es sollte deshalb die harmlose Ausdrucksweise, nach welcher man von dem Einflusse einer Kraft und der Wirkung einer Kraft spricht, nicht so ernstlich, als es oft geschieht, beanstandet werden. Dieselbe wird um so weniger stören, je mehr man sich daran gewöhnt, unter dem Worte Kraft stets eine gewisse Configuration der in Betracht kommenden Körper und deren Geschwindigkeiten zu denken.

Um die Sprechweise präzise aber doch einfacher zu machen, will ich im Folgenden, wenn ich von der Configuration von Körpern spreche, stets nicht nur deren Lagen, sondern auch deren Geschwindigkeitsverhältnisse darunter verstehen, d. h. nicht nur die Configuration der Lage sondern auch die der Geschwindigkeitsvectoren; die letzteren sind mit Bezug auf ein gewähltes Fundamentalsystem bestimmt gedacht.

Wir betrachten nun eine Configuration materieller Körper

und Punkte von solcher Art, dass der Punkt M , der gleichfalls als Glied jenes materiellen Systemes erscheint, eine Beschleunigung erfährt. Auch andere Theile dieses Beschleunigungssystems können Beschleunigungen erfahren; um diese kümmern wir uns jedoch nicht, sondern betrachten nur den an M eintretenden Vorgang.

Wir denken uns nun noch einen zweiten materiellen Punkt N gegeben, der auch ein Glied einer Gruppe von Körpern bestimmter Configuration bildet, und zur Zeit t , zu welcher wir die Beobachtung anstellen, als Glied seines Beschleunigungssystems eine Beschleunigung erfährt, die in dieselbe Gerade fällt wie die Beschleunigung von M , aber entgegengesetzten Sinn hat.

Es werde nun, während die Punkte M und N noch keine Geschwindigkeiten haben, zwischen denselben eine starre Verbindung hergestellt, welche sie zwingt stets denselben Abstand einzuhalten und welche die Eigenschaft besitzen soll, dass sie an M oder N allein angebracht die Beschleunigung dieser Punkte nicht ändern würde; im einfachsten Falle wird eine gegenseitige Berührung der Punkte die ausgesprochenen Bedingungen erfüllen. Die Punkte M und N können nun nur eine gemeinschaftliche Bewegung vollführen, die in der Richtung der gegebenen dem Sinne nach entgegengesetzten Beschleunigungen gelegen sein muss. Wir betrachten den Fall, dass die Punkte in Ruhe bleiben, also keine Beschleunigung annehmen. Systeme dieser Art sollen Compensationssysteme oder antivalente Systeme genannt werden. In speciellen Fällen kann der Punkt M auch als Glied zweier Beschleunigungssysteme erscheinen. Sie sind für den Punkt antivalent, wenn sie einzeln vorhanden dem Punkte entgegengesetzt gerichtete Beschleunigungen ertheilen würden, gleichzeitig vorhanden ihn jedoch in Ruhe belassen. So erscheint eine Kugel, die auf einer Federwage liegt, als Glied des einen Beschleunigungssystems, das „belastete Federwage“ heisst, und als Glied des anderen Beschleunigungssystems, das „Erde mit den auf ihr befindlichen Körpern“ heisst.

Wir denken uns nun wieder den Normalfall, dass zwei Systeme mit den Punkten M und N in Compensation treten; hierauf ersetzen wir das eine System mit seinem Punkte M durch ein

anderes mit einem Punkte M' , das dem ersteren äquivalent, d. h. gleichfalls dem Systeme mit dem Punkte N antivalent sein soll. Auf solche Art sei eine Reihe von Beschleunigungssystemen gefunden worden, welche respective die Punkte M , M' , M'' , ... enthalten und alle einzeln genommen dem Systeme N antivalent sind.

An Stelle der Punkte M , M' , M'' , ... können auch Körper gedacht werden, wenn nur, wie wir hier der Einfachheit halber fordern müssen, die Verhältnisse derart sind, dass die an M , M' , M'' , ... eintretenden Beschleunigungen nur translatorischer Art sind, die Körper, die wir der weiteren Einfachheit halber als kugelförmige voraussetzen wollen, also keine Drehung erfahren.

Die angegebene Art der Kräftermessung, nach welcher die Beschleunigungssysteme dann für gleichwertig erklärt werden, wenn sie laut der gegebenen Definition ein und demselben Systeme einzeln genommen antivalent sind, heisst die statische Kräftermessung. Wir können kurz sagen, die Punkte M , M' , M'' , ... sind sämtlich gleichen Kräften unterworfen.

Wenn wir nun für die materiellen Punkte oder Körper M , M' , M'' , ... die Beschleunigungen aufsuchen, welche sie unter dem Einflusse der auf sie wirkenden gleichen Kräfte annehmen, so wird die Erfahrung lehren, dass dieselben im Allgemeinen verschieden sind.

Körper, die dem Volumen, der Farbe, der Härte nach vollkommen gleich sind, können in Bezug auf die Beschleunigung, die sie unter der Wirkung derselben Kräfte annehmen, sich sehr wesentlich unterscheiden. Wir werden von diesem Gesichtspunkte aus die Körper nach der Grösse der eintretenden Beschleunigung ordnen können. Die Eigenschaft, nach welcher dieselben hierbei betrachtet werden, nennt man die Masse. Dieser Begriff wird demnach in grösster Strenge folgendermassen zu definieren sein:

Die Masse ist diejenige Eigenschaft der materiellen Körper; zufolge welcher diese als Glieder gleichwertiger Beschleunigungssysteme verschieden grosse Beschleunigungen annehmen.

Einfacher wird man sagen: *zufolge welcher sie unter der Wirkung gleicher Kräfte verschieden grosse Beschleunigungen annehmen.*

Man bedient sich auch häufig des Ausdruckes: die Körper setzen ein und derselben Kraft verschiedenen Widerstand gegen die Beschleunigung, oder verschiedenen Trägheitswiderstand entgegen.

Um nun die Körper *quantitativ* hinsichtlich ihrer Masse zu unterscheiden und nach dieser neuen Eigenschaft zu messen, wählen wir einen ganz bestimmten Körper und sprechen ihm den Einheitswert der Masseneigenschaft zu.

Wir wollen sagen: *Einheit der Masse ist die Masse von 1 Liter Wasser im Zustande seiner grössten Dichte.*)*

Man kann sich zur Vereinfachung der Vorstellung nach geschehenem Abmessen das Wasser auch in eine Eiskugel umgeformt denken, da der Erfahrung gemäss der Massenwert eines Körpers von Form und Aggregatzustand unabhängig ist.

Nachdem die Masseneinheit festgesetzt ist, kann man auf diese fussend die Krafteinheit definieren, was in der folgenden Weise geschehen soll:

Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse die Beschleunigung $1 \frac{\text{met}}{\text{sec}^2}$ ertheilt.

Diese Messungsweise der Kraft nennt man die *kinetische* oder (wenngleich der Bedeutung des Wortes nicht entsprechend) die *dynamische*. Alle Beschleunigungssysteme, die der Masseneinheit diese Beschleunigung liefern, welche materielle Körper sie auch enthalten mögen und in welcher Configuration, werden in der Mechanik für äquivalent gehalten; man gebraucht den Ausdruck: es wirken in solchen Fällen Kräfte von der Intensität 1.

Nachdem jetzt auf Grundlage des Massenmasses auch das Kräftemass festgestellt ist, kann jedes Beschleunigungssystem, das auch nicht die aus dem Liter Wasser geformte Eiskugel als Körper *M* enthält, durch statischen Vergleich dahin geprüft werden, ob es bezüglich des einen seiner Glieder, das wir eben in Betracht ziehen wollen, den Einheitswert der Kraft besitzt. Ist auf solche Art eine Reihe von Einheitssystemen bezüglich ihrer

*) Dass häufig je nach Bequemlichkeit auch andere Mengen Wasser zur Einheitsbestimmung des Massenwertes gewählt werden, wie die Menge von 1 Cub.-Cm. oder $9 \cdot 8 \cdot \cdot$ Cub.-Decm. Wasser, ist für die folgende Betrachtung gleichgültig.

respectiven Glieder M, M', M'', \dots ermittelt worden, so können diese Einheitskräfte weiters verwendet werden, um von den aus beliebigen Stoffen bestehenden Körpern M, M', M'', \dots jene auszuwählen, welche den Einheitswert der Masse besitzen. Wenn es möglich ist ohne den Kraftwert der Systeme zu ändern die Substanz der Körper M, M', M'', \dots durch Wegnehmen von Substanz oder Hinzufügen von gleichartiger Substanz zu vermindern oder zu vermehren, so können die Mengen der Substanz der Körper M, M', M'', \dots auch so reguliert werden, bis sie den Einheitswert der Masse darstellen. Da es nämlich bei der Bestimmung gleicher Massenwerte nur darauf ankommt, dass die betrachteten Körper als Glieder gleichwertiger Beschleunigungssysteme gleiche Beschleunigungen annehmen, so werden alle Körper, welche als Glieder von Beschleunigungseinheitssystemen auftreten, oder anders gesagt, welche unter der Wirkung der Kraft 1 stehen, und welche dann die Beschleunigung $1 \frac{\text{met}}{\text{sec}^2}$ annehmen, als Körper vom Massenwerte 1 zu bezeichnen sein.

Diese Überlegung gibt den weiteren Satz: *Die Masseneinheit besitzt jeder Körper, der unter der Wirkung der Kraft 1 die Beschleunigung 1 erfährt.*

Wir haben hiermit eine Methode gewonnen, von Körpern verschiedener Materie Mengen abzugrenzen, welche die Masseneigenschaft in der Menge 1 besitzen. Um eine ganz bestimmte Vorstellung für die Herstellung dieser Einheitskörper zu schaffen, denken wir uns ein Beschleunigungssystem, welches als Glied ein Liter Wasser in Form einer Eiskugel enthält, zum Kräftenmafs genommen; durch dieses System sei nun eine Reihe von Beschleunigungssystemen bestimmter Configuration, welche beliebige Körper, darunter, wie wir der früher gemachten Voraussetzung entsprechend annehmen wollen, auch kugelförmige enthalten, als vom Einheitswerte in Bezug auf ihre kugelförmigen Glieder erkannt. Wenn nun in diesen dem früher zum Kräftenmafs genommenen Systeme antivalenten, also unter sich äquivalenten Systemen die kugelförmigen Glieder, sobald die Compensation mit dem antivalenten Systeme aufgehoben ist, alle dieselbe Beschleunigung $1 \frac{\text{met}}{\text{sec}^2}$ annehmen, obgleich die kugelförmigen Glieder

aus verschiedenen Materialien bestehen und auch an Grösse etc. verschieden sind, so enthalten sie die Eigenschaft der Materie, welche wir Masse nennen, in der Menge 1; *jeden solchen Körper nennt man 1 Kilogramm.*

Praktisch empfiehlt sich zur Massenvergleichung eine andere Methode, die Wägung, welche bequem ist und die Beobachtungsfehler auf enge Grenzen zu reducieren erlaubt. Das Wesen derselben kann jedoch an dieser Stelle noch nicht erörtert werden. Es genügt gezeigt zu haben, dass auf die bisher gegebenen Gesichtspunkte bauend die Massenvergleichung vorgenommen werden kann.

Durch Wägung wurde von De Borĳa das im Pariser Staatsarchive aufbewahrte Kilogramm aus Platina hergestellt. Während man ursprünglich als Einheit der Masse die Masse von 1 Cub.-Decm. chemisch reinen Wassers im Zustande seiner grössten Dichte definiert hatte, bildet derzeit jenes Kilogramm des Archives die eigentliche Masseneinheit, auf welche alle Vergleiche bezogen werden. Da nämlich jede Messung mit Fehlern behaftet ist, so würden bei wiederholter Herstellung von 1 Cub.-Decm. chemisch reinen Wassers im Zustande seiner grössten Dichte Mengen dieser Substanz gefunden werden, welche mehr von einander differieren würden, als für Messungen zulässig ist.

Wenn nun diese Normalmasseneinheit nach der früher angegebenen Methode oder durch Wägung wiederholt copiert wird (hätte man vollständig gleichartiges Material zur Verfügung, so würde es genügen Stücke von gleicher Grösse anzufertigen), so werden 2, 3, . . . n solcher Stücke den Massenwert 2, 3, . . . n besitzen und ein Körper, der aus 2, 3, . . . n Einheitskörpern zusammengesetzt ist, wird ein Körper von 2, 3, . . . n fachem Massenwerte sein. Da ein Körper von der Masse 1 die Krafteinheit benötigt, um die Beschleunigung 1 zu erfahren, so werden 2 neben einander befindliche Körper von der Masse 1, um sich gemeinschaftlich mit der Beschleunigung 1 fortzubewegen, jeder eine Krafteinheit benötigen. Dasselbe wird der Fall sein, wenn wir uns die beiden durch eine starre massenlose Linie verbunden oder in Berührung denken, wodurch sie bereits einen Körper von der Masse 2 bilden. (Selbstverständlich ist vorausgesetzt, dass bei dieser Annäherung die beiden

Beschleunigungssysteme, als deren Glieder die beiden Masseneinheitenkörper auftreten, gegenseitig sich nicht beeinflussen, also nicht Punkte des einen Systems in das andere System eintreten.) Auf gleiche Weise würde folgen, dass ein Körper von der Masse n , n Kräfteinheiten benötigt, um die Beschleunigung 1 anzunehmen. Dabei kann wirklich an jedem Theile des Körpers, der die Masse 1 hat, die Kraft 1 angreifen, es kann aber auch diese Masse n auf irgend eine andere Weise in ein Beschleunigungssystem eintreten. Sobald die auftretende Beschleunigung den Wert 1 hat, halten wir dieses Beschleunigungssystem gleichwertig dem aus n Einheitssystemen bestehenden und nennen es deshalb ein System vom Werte n .

Kraft n ist daher diejenige, welche der Masse n die Beschleunigung 1 ertheilt.

Eine Zusammenstellung von Körpern, deren Massenwerte in einfachen Verhältnissen stehen, nennt man einen *Massen-* oder mit Rücksicht auf den eingebürgerten Sprachgebrauch auch *Gewichtssatz*.*)

*) Da die Präcisierung der physikalischen Begriffe und die consequente Durchführung des absoluten Masses erst ein Werk der letzten Jahre ist, so ist es nicht anders möglich, als dass bei einigen Werten der Physik die Begriffsbestimmung und Benennung noch nicht einheitlich durchgeführt werden konnte. So wird unter dem Worte „Gewicht“ von vielen Physikern entsprechend der bisherigen Bedeutung der Zug verstanden, welchen ein Körper unter der Wirkung der Schwerkraft erfährt, von anderen hingegen sein Massenwert. Die letztgenannte Auffassung ist begründet in der richtigen Einsicht, dass jede Wertbestimmung, insbesondere auch jene des Kaufwertes nicht von dem an verschiedenen Punkten der Erde verschiedenen Zuge abhängt, welchen die Schwerkraft auf einen Körper ausübt, sondern proportional geschieht bei ein und derselben Materie der Masse derselben. Bei der Wägung findet auch bekanntlich nicht die absolute Auswertung des Zuges statt, welchen die Erde auf den Körper ausübt, sondern eine Massenbestimmung.

Über die Begriffe kann demnach keine Differenz bestehen; es kann sich nur um die Regelung des sprachlichen Ausdruckes handeln. Hiebei kommt zu bedenken, dass durch Gleichstellung der Wörter „Gewicht“ und „Masse“ für ein und denselben Begriff zwei Ausdrücke geschaffen werden und für den Zug, welchen ein Körper unter Wirkung der Schwerkraft erfährt, dann keine einfache Bezeichnung mehr übrig bleibt.

Ich halte es deshalb für zweckmässiger den Zug der Schwere mit dem Worte „Gewicht“ zu bezeichnen, was auch mit dem bisherigen

Ein solcher Massensatz kann auch verwendet werden um Kräfte zu messen. Man sucht ein Beschleunigungssystem auf, in welchem die Masse n die Beschleunigung 1 annimmt, und hat hiedurch die Kraft n gefunden; ist dieses System antivalent einem anderen Systeme, so ist dieses letztere in Bezug auf jenen Körper, für welchen die Antivalenz gefunden worden ist, auch zu bezeichnen als eine Kraft n , gleichgiltig welches der Massenwert jenes Körpers ist. Ist daher ein Körper von beliebigem, auch unbekanntem Massenwerte gegeben, der unter dem Einflusse einer Kraft steht, so kann auf diese Art durch Aufsuchen eines antivalenten Systemes, das die aus dem Massensatze entnommene Masse x enthält, welche bei aufgehobener Compensation die Beschleunigung 1 erfahren würde, der Kraftwert x bestimmt werden.

Ich brauche wol nicht besonders hervorzuheben, dass die Bestimmung des Wertes eines Beschleunigungssystems stets nur in Bezug auf einen speciell namhaft gemachten Körper des Systems gilt und dass die anderen noch in dem Systeme enthaltenen Körper im allgemeinen auch andere Beschleunigungen annehmen werden, welche jedoch meistens nicht aufgesucht zu werden brauchen.

Es wird hier der passende Ort sein, um, nachdem im Früheren der Begriff „Kraft“ erläutert und von demselben auch Gebrauch gemacht worden ist, nun eine Definition desselben zu geben. An diese wird sich auch eine Erläuterung über die graphische Darstellung der Kräfte knüpfen lassen.

Nach den früher gebrachten Auseinandersetzungen bedarf die folgende Definition des Begriffes „Kraft“ keiner weiteren Begründung:

Kraft ist eine Eigenschaft materieller Systeme, zu-

Sprachgebrauche übereinstimmt; der Process der Wägung ist ja ebensogut eine Vergleichung der Züge, welche die von Ort zu Ort wechselnde Schwerkraft auf die auf den Wagschalen liegenden Körper ausübt, wie eine Massenvergleichung.

Der Ausdruck „Gewichtssatz“ hat jedoch in wissenschaftlichen Werken zu entfallen und ist durch „Massensatz“ zu ersetzen. Bei der Aichung werden Masseneinheiten hergestellt.

In gleichem Sinne spricht sich auch Kohlrausch aus; sieh „Leitfaden der praktischen Physik“ IV. Aufl. 1880. S. 260.

folge welcher bei gewissen Configurationen der Lage und der Geschwindigkeitsvectoren ihrer Glieder einige oder alle Glieder Beschleunigungen annehmen.

Bei welchen Configurationen ein System zu einem Beschleunigungssystem wird, kann im Allgemeinen natürlich nicht angegeben werden; es genügt auch zu wissen, dass solche Fälle überhaupt eintreten. Diese hier gegebene Definition spricht das aus, was allein objectives über den Begriff „Kraft“ gesagt werden kann; dieselbe reicht auch für die Mechanik vollständig aus und ist gewiss der sonst üblichen auf den Oberbegriff „Ursache“ aufgebauten „Kraft ist die Ursache einer Beschleunigung“ vorzuziehen.

Die graphische Darstellung von Kräften geschieht dadurch, dass eine bestimmte Kraft zur Einheit genommen wird und nun der Wert n eines Beschleunigungssystems für den in Betracht gezogenen materiellen Punkt durch eine Linie von der Länge n repräsentiert wird. Diese Linie wird auch weiters dazu benützt, um die eintretende Beschleunigung der Richtung und dem Sinne nach anzugeben, und wird deshalb auch mit einer Pfeilspitze versehen. Eine solche Linie heisst „Kraftvector“. Wenn ein Zweifel nicht eintreten kann, gebraucht man an Stelle des Wortes „Kraftvector“ auch häufig das kürzere Wort Kraft. So spricht man statt von der Zusammensetzung von Kraftvectoren und dem Parallelogramme der Kraftvectoren meistens von der Zusammensetzung von Kräften und dem Parallelogramme der Kräfte. Auch ich werde, um die Ausdrucksweise nicht durch Pedanterie schwerfällig zu machen, mich zuweilen des kürzeren Wortes bedienen.

Zur Stellung, welche die Begriffe „Masse“ und „Kraft“ in der Mechanik einnehmen, sei noch Folgendes bemerkt. In der *systematischen Entwicklung* dieser Begriffe ist der Begriff Kraft oder die Thatsache, dass es Beschleunigungssysteme gibt, zuerst namhaft zu machen. Aus dem Umstande, dass trotz der statischen Gleichwertigkeit solcher Beschleunigungssysteme die Körper im Allgemeinen verschiedene Beschleunigungen annehmen, wird man auf den Begriff der Masse geführt.

Bei der *Messung* der Werte der Beschleunigungssysteme (also der Kraftwerte) und der Massenwerte der Körper, geht

man jedoch von den letzteren aus, und zwar aus dem einzigen Grunde, weil sich bequemer Repräsentanten für einen gewissen Massenwert aufbewahren und jederzeit vervielfältigen und eventuell auch nach der gegebenen Anweisung ganz neu herstellen lassen, als Repräsentanten von gewissen Kraftwerten. Unsere Massensätze, welche Kilogramme, Dekagramme etc. enthalten, sind für Jahrtausende unverändert aufzubewahren, leicht zu copieren, zu transportieren, während für Kräfteinheiten die gleichen Vortheile nicht erreichbar sind.

Ich komme nun auf eine bisher nicht erwähnte Eigenschaft der Materie zu sprechen, welche dem Trägheitswiderstande proportional auftritt. Diese ist wie bekannt die Gravitation, welche nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze für zwei materielle Punkte proportional der Masse und verkehrt proportional dem Quadrate des Abstandes ist. Der letztere Zusatz interessiert uns hier jedoch nicht. Das Gravitationsgesetz bildet gleichfalls eine Erfahrungsthat, welche in die Mechanik eingeführt werden muss. Da sie jedoch nur zur einheitlichen Deduction einer beschränkten Anzahl von Erscheinungen bekannt zu sein braucht, so ist sie nicht unter die allgemeinen Principien der Mechanik zu rechnen und beziehe ich sie deshalb nur in so weit in die Discussion mit ein, als die Proportionalität der Gravitation mit der Masse eine Besprechung hier notwendig macht.*)

*) Da für dieses Gesetz eine ziemlich ausgedehnte Litteratur vorhanden ist, so wäre auch über dasselbe nur wenig zu sagen, was nicht allgemein bekannt wäre. Einen inneren Zusammenhang der Gravitationserscheinungen mit anderen Thaten der Physik — oder mit Voraussetzungen, die man zur Erklärung von Erscheinungen, welche in anderen Partien der Physik besprochen werden, zu machen sich genötigt sieht — aufzufinden, ist bekanntlich bisher nicht gelungen. Für die Mechanik würde übrigens eine solche Zurückführung des Gravitationsgesetzes auf ein anderes, z. B. den Lichtäther betreffendes Gesetz, voraussichtlich keinen Nutzen bringen, da das für den Äther aufzufindende Gesetz kaum einfacher sein dürfte, als das ohnedies so einfache Newton'sche Gesetz, und überdies für die Mechanik der Nachtheil erwachsen würde, daß sie nicht wie jetzt auf direct der Erfahrung entnommenen Gesetzen, sondern auf hypothetischen Vorstellungen aufgebaut erschiene. Ein Vortheil wäre demnach nur für die anderen Zweige der Physik zu erwarten, bei welchen vielleicht eine oder mehrere der jetzt als Grundgesetze anzusehenden

Dasselbe eröffnet zufolge dieser Proportionalität eine neue Gelegenheit Körper hinsichtlich ihrer Masse zu vergleichen. Diefß geschieht z. B. bei der Wägung, indem dieser Process uns die Gleichheit von Gravitationswerten auffinden lässt. Stellen sich aber die Gravitationswerte als gleich heraus, so gilt diese Erfahrung nach dem Gravitationsgesetze auch für die Massenwerte.

Es wäre nun noch die Frage zu berühren, ob es nicht vorzuziehen wäre, die Definition der Masse als Gravitationswert der Körper zu geben und hierauf erst die Proportionalität des Trägheitswertes mit der Masse auszusprechen. Gegen einen solchen Vorschlag wäre einzuwenden, dass *die* Eigenschaft der Körper, welche Gravitation heisst, wie schon hervorgehoben worden ist, nur in einer beschränkten Anzahl von Problemen hervortritt, während die Eigenschaft des Trägheitswiderstandes in allen Bewegungsgleichungen vorkommt. Die vorgeschlagene Auffassung stimmt auch mit der historischen Entwicklung des Massenbegriffes und ist ernstlich nie bekämpft worden. Hingegen ist oft *vergessen* worden, welches die ursprüngliche Definition des Massenbegriffes ist. Diesem Umstande ist es auch zuzuschreiben, wenn von magnetischen und elektrischen Massen, also von Massen ohne Trägheitswiderstand gesprochen wird. Es wäre deshalb besser, so lange man sich keine bestimmtere Vorstellung von dem Wesen der Elektrizität machen kann, von magnetischem und elektrischem Fluidum als von massenlosen Massen zu sprechen.*)

Thatsachen dann auf dieses neue auch der Mechanik zu Grunde liegende Gesetz zurückgeführt werden könnten.

*) Weiteres über das Verhältnis von Trägheitswiderstand und Gravitationswert sieh: Isenkrahe, das Räthsel von der Schwerkraft, Braunschweig 1879. Cap. XVII, insb. S. 195 u. flgd. —

Es wird auch gewiss selten beim Wegstreichen des gemeinschaftlichen Massenfactores in der bekannten Differentialgleichung des freien Falles daran gedacht, dass links der Trägheitswert, rechts der Gravitationswert getilgt wird.

Würde sich etwa bei Verschärfung unserer Beobachtungsmittel herausstellen, dass die Attraction der materiellen Körper von der Temperatur abhängt, der Trägheitswert aber von derselben unabhängig ist, so könnten bei genauen Rechnungen die beiden Coefficienten rechts und links in der erwähnten Gleichung nicht mehr getilgt werden. Unseren derzeit in Gebrauch stehenden Vorstellungen entsprechend würde man eine derartige

Ich wende mich nun dazu, die bisher verbreitetsten Ansichten über die Begriffe „Kraft“ und „Masse“ zusammenzustellen.

Eine der gebräuchlichsten Definitionen für den Begriff Masse lautet „Masse ist die Quantität der Materie“. Die Inhaltslosigkeit dieser Aussage, wenn sie in der angeführten Weise ohne erklärenden Zusatz hingestellt wird, kann nicht besser dargethan werden als durch die Wiedergabe der klassischen

Erfahrung dahin erklären, dass die Gravitation eine Function der inneren Energie ist; vor 50 Jahren hätte man hingegen wahrscheinlich die Gravitation als eine mit dem Trägheitswerte identische Grösse betrachtet und sie trotz einer solchen Erfahrung als unabhängig von der Temperatur angesehen; man hätte die Attraction der Körper zusammengesetzt gedacht aus Gravitation und Anziehung des in den Körpern enthaltenen Wärmestoffs, so dass der Ausdruck mg auf der rechten Seite der erwähnten Gleichung $(m + w)g$ geschrieben worden wäre. —

Für die Schule dürfte sich die folgende Beglaubigung der Proportionalität des Gravitationswertes mit dem Trägheitswerte empfehlen. Bei derselben ist als schon bekannt vorausgesetzt, dass der Gravitationswert eines Körpers unabhängig von dessen Form ist, woraus dann durch eine einfache Überlegung für ein und dieselbe Substanz die Proportionalität zwischen Gravitationswert und Masse folgt; dass diese jedoch auch beim Vergleiche *verschiedener* Substanzen gefunden wird, soll der Versuch zeigen.

Man bringt bei der Atwood'schen Fallmaschine an den beiden Enden der Schnur zwei Körper verschiedenen Materiales an, welche sich Gleichgewicht halten, links z. B. einen Cylinder aus Blei, rechts einen solchen aus Eisen. Ihre Gravitationswerte P_1 und P_2 sind daher gleich, also $P_1 = P_2$. Die Massen- oder Trägheitswerte dieser beiden Körper seien M_1 und M_2 . Es sei nach dem Gesagten noch nicht bekannt, dass diese Grössen dann auch gleich sind.

Nun werde auf der Seite des Bleistückes ein Übergewicht von der gleichen Substanz und vom Gravitationswerte $p = \frac{1}{n} P_1$ angebracht. Da wir links nur gleichartige Substanz haben, so wird der Trägheitswert des Übergewichtes durch die Gleichung gegeben sein $m = \frac{1}{n} M_1$. Da ferner die Kräfte P_1 und P_2 sich compensieren, so folgt (die Reciprocität der Beschleunigung mit der Masse bei gleicher Kraft, also das Unabhängigkeits-Princip hier schon als bekannt vorausgesetzt),

$$g' : g = m : M_1 + M_2 + m,$$

wobei g die Beschleunigung der Schwere, also die Beschleunigung von m ist, falls es ohne Verbindung mit den Massen M_1 und M_2 wäre, g' die

Auseinandersetzung Maxwell's, welche sich in der schon öfters benützten Schrift auf S. 38 findet. Maxwell knüpft an die eben genannte Definition an und fährt folgendermaßen fort:

„Solange wir es ausschliesslich mit Körpern von ein und derselben Beschaffenheit zu thun haben, ist es durchaus nicht schwer zu erkennen, auf welche Weise die Quantität der Materie gemessen werden muss. Wenn gleiche Mengen der Substanz immer gleiche Effecte hervorbringen, von welcher Art diese Effecte auch sein mögen, dann können wir diese Effecte als Masse für die Quantität der Substanz verwenden. Wenn wir z. B. mit Schwefelsäure von gleichmäßigem Gehalte zu thun haben, so können wir die Quantität einer gegebenen Portion davon auf mehreren verschiedenen Wegen auswerten. Wir können sie wägen, können sie in ein graduiertes Gefäss giessen und so ihr Volumen messen, oder wir können bestimmen, wie viel Normalkalilösung sie sättigt. Wir können dieselben Methoden anwenden zur Auswertung einer Quantität von Salpetersäure, wenn wir ausschliesslich mit Salpetersäure zu thun haben; wenn wir aber eine Quantität Salpetersäure mit

Beschleunigung, welche in dem vorliegenden Falle eintritt. Es folgt, wenn m durch $\frac{1}{n} M_1$ ersetzt wird

$$g' = g \frac{\frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n} + \frac{M_2}{M_1}}$$

Wird $n = 2$ gesetzt, | Wird $n = 4 \cdot 5$ gesetzt,
so zeigt der Versuch, dass der Weg in der 1. Secunde nahezu

<p style="text-align: center;">1 met. ist,</p> <p>daher</p> $g' \text{ nahe} = 2 \frac{\text{met}}{\text{sec}^2} \text{ nahe} = \frac{g}{5};$		<p style="text-align: center;">- 0·5 met. ist,</p> <p>daher</p> $g' \text{ nahe} = 1 \frac{\text{met}}{\text{sec}^2} \text{ nahe} = \frac{g}{10};$
--	--	--

jeder dieser Versuche lehrt durch den Vergleich mit der für g' gefundenen Gleichung, dass $M_1 = M_2$ sein muss. Die Trägheitswerte sind daher auch bei verschiedenen Substanzen gleich, wenn die Gravitationswerte gleich sind.

Es scheint mir im Interesse der Fixierung und Klärung der Begriffe zweckmässig, in der Schule darauf aufmerksam zu machen, dass die Thatsache des gleich schnellen Fallens aller Körper auch auf der Proportionalität der Gravitation mit dem Trägheitswerte beruht.

einer Quantität Schwefelsäure vergleichen wollten, so würden wir verschiedene Resultate von der Wägung, Messung und Titrierung mit Kalilösung bekommen. Denn von diesen drei Methoden hängt die der Wägung ab von der Anziehung zwischen der Säure und der Erde; die der Messung hängt von dem Volumen ab, das die Säure einnimmt, und die der Titrierung ist abhängig von der Verwandtschaft der Säure zum Kali.

In der abstracten Dynamik hingegen wird die Materie von dem einzigen Gesichtspunkte aus betrachtet, dass sie das ist, was durch die Einwirkung von Kraft seine Bewegung verändert. Demnach haben zwei Körper gleiche Massen, wenn gleiche Kräfte auf diese beiden Körper einwirkend in gleichen Zeiten gleiche Veränderungen der Geschwindigkeit hervorbringen. Dieses ist die einzige in der Dynamik zulässige Definition von gleichen Massen, und sie ist auf alle materiellen Körper anwendbar, aus was immer diese bestehen mögen.“

Die beanstandete Definition leidet jedoch nicht nur an dem Fehler, ohne weitere Angabe, in welcher Beziehung die Quantität der Materie gemessen werden soll, inhaltslos zu sein, sondern ist auch schon deshalb verwerflich, weil sie mit einer Mafsbestimmung beginnt. Was würde man dazu sagen, wenn Jemand den Begriff „Berg“ definieren wollte als die Grösse der Erhebung des Erdbodens über die Umgebung?

Von hervorragenden älteren Autoren, welche ohne weiteren Zusatz Masse für die Quantität der Materie erklären, nenne ich Poisson*) und L. Carnot**).

Bei Euler dringt der richtige-Gedanke theilweise durch, indem er erklärt: „Die Masse eines Körpers oder die Quantität seiner Materie nennt man die Grösse der Trägheit, welche sich in dem Körper befindet und vermöge welcher er das Bestreben hat, sowol in seinem Zustande zu verharren, als auch jeder Veränderung zu widerstehen.“***)

Auch Ritter beginnt den §. 25 seines Lehrbuchs der ana-

*) *Traité de Mécanique*, Éd. II. T. I. p. 1.

***) Lazare Nicolas Marguerite Carnot, „Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement“ p. 6.

***) L. Euler, *Theorie der Bewegung fester oder starrer Körper*. Deutsch von Wolfers S. 69.

lytischen Mechanik trotz der späteren vortrefflichen Auseinandersetzungen mit dieser merkwürdigen Definition.

Nachdem nun die genannten und noch viele andere ausgezeichnete Forscher für den Massenbegriff diese unzureichende Definition geben, wird man mit Recht fragen müssen, wie es kommt, dass dieselben in dem Ausdrucke „Quantität der Materie“ sofort die Grösse der Trägheit denken.

Die Erfahrung hat gelehrt, dass bei allen Veränderungen, welche eine begrenzte Menge Substanz, also ein Körper erfahren kann, die Grösse der Trägheit oder der Massenwert in dem hier definierten Sinne sowie auch die Gravitation, welche erfahrungsgemäss ja der Masse stets proportional ist, unverändert bleibt. Während also Säurewert, Volumen, Farbe, Temperatur, Härte, kurz alle Eigenschaften einer Substanz sich ändern können, bleibt die Grösse der Trägheit und die der Gravitation stets dieselbe. Es sind diese beiden Eigenschaften daher immer in gleichem Werte vorhanden, solange das gleiche Quantum Substanz, d. h. dieselben Atome alle erhalten bleiben. Deshalb liegt es nahe, die Masse zum Massstab der Quantität der Substanz zu nehmen; dieses Unternehmen ist auch berechtigt, solange wir bei *ein und derselben* Substanz bleiben. Die Definition wird aber, wie früher eingehend begründet worden ist, sinnlos, sobald beabsichtigt wird, sie auf verschiedene Substanzen auszudehnen. Sollte es einst gelingen, alle bekannten Stoffe als verschiedene Formen ein und desselben Urstoffes darzustellen, dann würde die Masse proportional der Anzahl der Uratome erscheinen und die Aussage „der Massenwert ist *proportional* der Quantität der Materie“ wäre dann berechtigt. Masse oder Trägheitswiderstand schlechtweg *gleich* „Quantität der Materie“ zu setzen, wäre auch dann sinnlos wie jetzt, wo wir von einer Zurückführung aller Substanzen auf eine Grundsubstanz noch nichts behaupten können.

Zu dem besten, was über den Begriff „Masse“ gesagt worden ist, gehört der §. 13, I. Bd. des bekannten Wüllner'schen Lehrbuchs der Experimentalphysik II. und III. Auflage.

Grösstentheils zutreffend ist auch, was Duhamel*) und De-launay**) in dieser Beziehung angeben.

*) Lehrb. d. reinen Mech. Deutsch v. Wagner, 1853 I. Th. S. 211 u. 212.

**) Lehrbuch der analytischen Mechanik. Deutsch von Krebs 1868. S. 94.

Viele Autoren definieren den Begriff Masse durch das Verhältniss $\frac{P}{g}$, $\frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}}$. Ich nenne nur die Namen Résal*), Narr**) und Wüllner. Während der letztgenannte Forscher in den früheren Auflagen seines Lehrbuches diese Definition nur nebenbei mitgetheilt hat, beschränkt er sich in der neuesten IV. Auflage von 1882 auf sie allein. So lange, wie Wüllner es thut, das praktische Mafssystem beibehalten und als Kraft-einheit der Zug, welchen ein Cub.-Dcm. Wasser unter dem Einflusse der Schwere erfährt, zu Grunde gelegt wird und so lange man von einer consequenten Durchführung der Grundlagen der Mechanik absieht, was in einem Lehrbuche der Experimentalphysik geschehen kann, so lange kann auch diese Definition der Masse beibehalten werden. Sobald man aber alle physikalischen Werte auf die drei Grundwerte der Länge, Masse und Zeit zurückführt, muss die Kräftermessung *nach* der Massenmessung behandelt werden, und dann ist diese Definition nicht mehr zulässig. Sie ist ferner für die analytische Mechanik auch deshalb unbrauchbar, weil sie das Unabhängigkeitsprincip voraussetzt, die Erörterung der Begriffe „Kraft“ und „Masse“ sich aber an das Galilei'sche Princip anschliesst und jedesfalls dem Unabhängigkeitsprincipe vorausgehen muss. Es ist auch bemerkenswert, dass in den meisten Fällen, in welchen die Masse durch das angegebene Verhältniss definiert wird, dieselbe für ein reines Zahlenverhältniss erklärt und nicht als eine Grösse eigener Art aufgefasst wird.

Die Weise, in welcher Kirchhoff den Massenbegriff einführt, bedarf einer eigenen Besprechung. Ursprünglich erscheinen die Grössen m_1, m_2, \dots ohne jede physikalische Definition in den Bewegungsgleichungen (S. 21 des schon citierten Werkes). Bald hierauf (S. 23) werden jedoch diese Coefficienten ausdrücklich als diejenigen bezeichnet, mit welchen die Beschleunigung (auch beschleunigende Kraft genannt) multipliciert wird, um die (bewegende) Kraft zu geben. Es heisst auch dort in einer keineswegs abstract-mathematischen Ausdrucksweise, dass die „be-

*) *Traité de Mécanique général.* Tome I 1873. p. 132.

**) Einleitung in die theoretische Mechanik.

wegenden Kräfte auf die Massen oder materiellen Punkte *wirken*.“ Es wird gesagt, dass das Auftreten einer Beschleunigung immer an das Vorhandensein einer Kraft geknüpft ist, und dass Kraft und Beschleunigung dieselbe Richtung haben. „Die Grösse der (bewegenden) Kraft ist gleich der Beschleunigung (beschleunigenden Kraft), multipliciert mit der Masse, auf die sie *wirkt*.“ Ich glaube deshalb der Darstellung Kirchhoff's entnehmen zu können, dass derselbe die Masse als physikalischen Begriff aufgefasst wissen will. In der Vorrede werden auch ausdrücklich die „Vorstellungen von Raum, Zeit und Materie vorausgesetzt.“ Bei der grossen Kürze der Kirchhoff'schen Darstellung ist jedoch die zu Grunde gelegte Anschauung öfters missverstanden worden; im Allgemeinen dürfte sich wol eine eingehendere Erörterung des Massenbegriffs empfehlen.

Vollständig klar ist die Stellung, welche Schell in dieser Frage einnimmt. Er sagt in dem früher citierten Werke I. Bd. S. 72: „Die Mechanik hat das Bedürfniss, Punkten, welche zu einem System zusammentreten, verschiedenen Wert beizulegen. Sie ertheilt ihnen zu diesem Zwecke Coefficienten, welche im Allgemeinen aller möglichen Zahlwerte fähig sein können. Wir nennen einen solchen, einem Punkte M beigelegten Coefficienten m die Masse des Punktes. Dabei nehmen wir dies Wort in einem allgemeineren Sinne, als gewöhnlich geschieht. In den Anwendungen hat dieser Coefficient mannigfache Bedeutung; er kann ein *Quantum Materie* (!) bedeuten oder ein Quantum elektrischen Agens oder Magnetismus u. s. w.“

Wenn wir nun fragen, woher das Bedürfniss kommt, Punkten einen verschiedenen Wert beizulegen, so könnte im Sinne Schell's keine andere Antwort gegeben werden, als dass nur hierdurch diejenige Willkürlichkeit in den Formeln erzielt wird, d. h. nur dann die genügende Anzahl in gegebenen Problemen zu specialisierender Coefficienten vorhanden ist, welche beim Vergleiche mit der Erfahrung sich als notwendig erweist. Diesem Gedanken entsprechend müssten die Coefficienten dadurch bestimmt werden, dass wir zuerst einen Vorgang unter Einführung jener noch nicht bestimmten Coefficienten durch die Rechnung verfolgen und nachträglich durch den Vergleich von Rechnungsergebnis und Erfahrung diese Werte ermitteln. Man wird im

Allgemeinen eben so viele Beobachtungen brauchen, als Coefficienten zu bestimmen sind.

Es wird nun, um diesen complicierten Vorgang abzukürzen, darnach gestrebt werden müssen, diese Coefficienten gleich von vorne herein angebar zu machen, geradeso wie die Lagen- und Geschwindigkeitsverhältnisse für einen bestimmten Zeitpunkt gegeben sind. Man wird deshalb in ganz einfachen Fällen diese Coefficienten auswerten und dabei finden, dass sie gewisse Eigenschaften der Materie quantitativ bestimmen und sie demnach als die Wertmesser der Trägheit oder der Masse, der Gravitation, Elektrizität oder des Magnetismus erkennen. So lange wir bei der Mechanik im engeren Sinne bleiben, haben wir ohnediehs nur an die Massencoefficienten zu denken, welche die Wertmesser sowol der Trägheit als der Gravitation bilden.

Sobald nun die Mechanik aus der Abstractheit der Formeln, von denen gar nicht bekannt werden darf, ob sie überhaupt eine Beschreibung von Naturerscheinungen enthalten, herabsteigt und specielle Anwendungen in das Bereich ihrer Betrachtung zieht, — und diehs muss wol geschehen, wenn es nicht bei mathematischer Spielerei bleiben soll — so muss auch angegeben werden, in welcher Weise die Körper hinsichtlich dieser Coefficienten zu vergleichen sind, also die physikalische Definition des Begriffes „Masse“ gegeben werden.

Schell behandelt nun alle wichtigeren den Naturvorgängen entnommenen speciellen Probleme, welche überhaupt der Rechnung zugänglich sind, gibt aber keine Definition der Masse, sowie er überhaupt glaubt, gänzlich von den Fundamentalprincipien unabhängig bleiben zu können. Hierin liegt aber ein Widerspruch. Wenn es z. B. bei Beschreibung der Fallmaschine heisst: „für $m : m' = 7 : 8$ erhält man deren gewöhnliche Einrichtung, für welche $G = \frac{1}{16} g$ wird“, so wird man notwendiger Weise fragen müssen, nach welchem Anhaltspunkte wir von zwei Körpern annehmen dürfen, dass bei ihnen die Coefficienten sich in dieser Weise verhalten.

Specielle Aufmerksamkeit hat *Mach* der Definition der Masse geschenkt und diesem Gegenstande eine eigene kleine Abhandlung gewidmet.*) *Mach* will die Definition der Masse von dem

*) „Über die Definition der Masse“ Carl's Repertorium Bd. IV. Später

statischen Vergleiche von Kräften emancipieren und zieht, da die Trägheitswerte zweier Körper, ohne dass diese gleichen Kräften unterworfen würden, doch nicht verglichen werden können, zur Definition der Masse noch das Princip der Wechselwirkung herein und eliminiert durch dasselbe gewissermaßen die Behauptung der gleichen Kräfte. Es ist dies sicherlich eine originelle Wendung.

Mach stellt als Erfahrungssatz hin: „Gegenüberstehende Körper ertheilen sich entgegengesetzte Beschleunigungen nach der Richtung der Verbindungslinie;“ hierauf folgt sogleich die Definition: „Körper, die sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen ertheilen, heissen Körper von gleicher Masse. Den Massenwert eines Körpers erhalten wir, wenn wir die Beschleunigung, welche er dem als Einheit angenommenen Vergleichskörper ertheilt, durch die Beschleunigung dividieren, die er selbst erhält.“

An Stelle des Princip der gleichen Action und Reaction tritt demnach nur die Thatsache der entgegengesetzt gerichteten Beschleunigungen; die Möglichkeit einer statischen Vergleichung von Kräften wird gar nicht erwähnt, sondern sofort das Verhältniss der Beschleunigungen als ein die gewählten Körper speciell characterisierendes Merkmal hingestellt. Sind die Beschleunigungen zweier Körper φ_1 und φ_2 und wird der Körper 1 als Vergleichskörper für die Masseneigenschaft genommen, so hat der zweite Körper diese in dem Werte m , wobei nach der Definition $m = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ ist.

Nun kann nach Mach das Product $m\varphi$ als Kraft definiert und der zweite Erfahrungssatz ausgesprochen werden: „Die Massenwerte bleiben unverändert, wenn sie in Bezug auf andere Kräfte und auf einen anderen Vergleichskörper bestimmt werden, der sich zu dem ersteren als gleiche Masse verhält.“

Wenn ich nun Mach's sinnreichem Vorschlage nicht gefolgt bin, so ist dies auf Grund der folgenden Überlegungen geschehen.

wieder abgedruckt in dem selbständig erschienenen Vortrage „Die Geschichte und Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit.“ Anm. 2. S. 50—54.

In dem I. Erfahrungssatze „Gegenüberstehende Körper ertheilen sich entgegengesetzte Beschleunigungen nach der Richtung ihrer Verbindungslinie“ kann Mach wol nur an die Wechselwirkung der Gravitation gedacht haben, denn in allen anderen Fällen müssten ausser den beiden materiellen Punkten noch andere Körper namhaft gemacht werden, welche mit jenen zusammen ein Beschleunigungssystem bilden. Nun ist aber die Gravitation eine Eigenschaft der Materie, welche von der Eigenschaft, welche wir Masse nennen, getrennt gehalten werden muss, was bei der in Rede stehenden Definition nicht vollständig möglich ist; ausserdem sind aber die Beschleunigungen, welche in Folge der Gravitation eintreten, so gering, dass auf Grundlage derselben eine Massenvergleichung in der von Mach verlangten Weise nicht stattfinden könnte. Diese Überlegung weist uns darauf hin, dass die Mach'sche Entwicklung des Massenbegriffs eine ideelle ist und der Massenbegriff in Wirklichkeit auf ganz andere Weise gewonnen werden muss. Man wird in jenen Fällen, in welchen wirklich Messungen vorgenommen werden sollen, nie mit zwei Massenpunkten ausreichen, sondern ein ausgedehnteres Beschleunigungssystem in Betracht ziehen müssen. Warum aber die statische Vergleichung der Werte, welche solche Beschleunigungssysteme für einzelne ihrer Glieder besitzen, unbedingt vermieden werden soll, auch wenn es gelingt den Vorgang dieser Vergleichung als ein Aggregat von einfachen Beobachtungsdaten darzustellen und allen Mysticismus, wie ihn die Definition „Kraft ist die Ursache einer Beschleunigung“ allerdings leicht nach sich ziehen kann, fern zu halten, das dürfte wol schwerlich durch gewichtige Gründe zu erweisen sein.*)

Ich komme schliesslich noch auf die Auffassung zu sprechen, welche der leider schon dahingeschiedene Herwig in der bekannten Schrift „Physikalische Begriffe und absolute Masse“**) vertreten hat.

*) Zur Ergänzung der Besprechung der Mach'schen Vorschläge erwähne ich noch, dass der Satz „Gegenüberstehende Körper etc.“ nach Mach zugleich das Galilei'sche Princip vertreten soll. Es folgt deshalb auf die zwei mitgetheilten Grundprincipien bei Mach nur mehr *eines*, nämlich das Unabhängigkeitsprincip. Hiemit sind dann alle drei Newton'schen Principien untergebracht.

**) Teubner 1880.

Nach derselben wäre „Masse“ als ein fundamentaler Begriff anzusehen, der überhaupt keiner Definition fähig ist; der Begriff „Masse“ wäre demnach mit den Begriffen „Zeit“ und „Länge“ in Parallele zu stellen, daher besser nicht als Begriff, sondern als Form unserer Vorstellungen zu bezeichnen. Da jedoch der Denkinhalt des Wortes „Masse“ keineswegs so allgemein bekannt ist, wie der der Ausdrücke „Raum“ und „Zeit“, so muss der Masse doch wenigstens eine Erklärung gewidmet werden. Diese Forderung erscheint um so berechtigter, als mit dem Worte „Masse“ keineswegs allgemein dasselbe gedacht wird. Ja gerade in der eben genannten Schrift wird gleich in den ersten Zeilen erklärt „Massen werden bestimmt und mit einander verglichen durch Gewichte“, so dass, wenn der Satz keine Tautologie enthalten soll, man wird annehmen müssen, Herwig habe bei dem Begriffe „Masse“ zunächst an den Gravitationswert gedacht, der, wie ich auseinandergesetzt habe, nicht die ursprüngliche Bedeutung des Massenbegriffes liefert. Welchen Wert die Herwig'sche Erklärung „Ein gewisses Quantum von Bewegtem wird Masse genannt“ (S. 1) besitzt, brauche ich nicht mehr auseinanderzusetzen.

Den Massenbegriff als gegeben vorausgesetzt, stellt Herwig selbstverständlich den Kraftbegriff als einen abgeleiteten hin und bezeichnet, um den Übergang von der statischen Kräftebestimmung zu den Bewegungserscheinungen fließender zu gestalten, die Kraft als intendierte Beschleunigung. Obgleich Herwig klar auseinandersetzt, was mit jenem Ausdrucke gemeint sein soll, halte ich ihn doch nicht für empfehlenswert, da derselbe keinen Vortheil bringt und nur dazu dient, den mit der Vorstellung menschlichen *Empfindens* verbundenen Begriff Kraft durch einen anderen zu ersetzen, der uns an die psychische Thätigkeit des *Strebens* erinnert. Auch Thomson-Tait benützen gelegentlich diese nicht glücklich gewählte Wendung.*)

• Zu der Ansicht, dass „Masse“ ein ursprünglicher, „Kraft“

*) „Weil wir nicht deutlich gewahr werden, was ein Körper thut, wenn er im Zustande der Ruhe wirkt, so denken wir immer auf die Bewegung zurück, die erfolgen würde, wenn man den Widerstand wegräumte.“ Kant. Aus seiner Erstlingsschrift „Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte etc.“ 1746 Ausgabe Schubert-Rosenkranz Bd. V S. 26.

ein abgeleiteter Begriff ist, wurde Herwig offenbar durch den Umstand geführt, dass man die Masse als Grundmaß nimmt und die Kräfte durch ein abgeleitetes Maß misst. Würde die Art unserer Messung, die etwas ganz willkürliches, conventionelles ist, über die Ursprünglichkeit unserer Vorstellungen entscheiden, so müsste auch die lineare Ausdehnung als die ursprüngliche Anschauungsform betrachtet werden und die Begriffe „Fläche“ und „Raum“ als abgeleitete, während doch die Raumvorstellung für uns die ursprüngliche ist.

Durch diese hier gegebene skizzenhafte Zusammenstellung glaube ich erwiesen zu haben, dass die Ansichten, welche derzeit über die Begriffe „Kraft“ und „Masse“ verbreitet sind, sehr divergieren und dass ich deshalb berechtigt war den Versuch einer einheitlichen Darstellung zu unternehmen, von der ich nur wünschen kann, dass sie als frei von den Fehlern, welche die bisherigen Auffassungsarten enthalten haben, befunden wird.

VI.

Das Unabhängigkeitsprincip.

Wenn ein materieller Punkt M von beliebiger Masse als Punkt eines Beschleunigungssystems I auftritt und die Beschleunigung φ_1 annimmt, ein anderes Mal als Punkt eines Beschleunigungssystems II erscheint und dann die Beschleunigung φ_2 annimmt, so wird er, wenn er gleichzeitig als Punkt beider Systeme — diese gegen früher der Configuration und Richtung nach vollständig unverändert erhalten — auftritt, die beiden Beschleunigungen φ_1 und φ_2 gleichzeitig annehmen. Dieselben treten von einander vollständig unabhängig auf. Vorausgesetzt ist nur, dass die übrigen Punkte der Systeme I und II nicht wechselseitig als Systempunkte eintreten, d. h. also kein anderer als der betrachtete Punkt M des Systemes I zu einem Punkte des Systemes II, und kein anderer als der Punkt M des Systemes II zu einem Punkte des Systemes I wird.

Die eben ausgesprochene Thatsache ist ein Erfahrungssatz, welchen man unter Gebrauch der gewöhnlichen Ausdrucksweise folgendermaßen formulieren kann:

„Ist ein materieller Punkt gleichzeitig der Wirkung mehrerer Kräfte unterworfen, so tritt die jeder Kraft entsprechende Beschleunigung unabhängig von den gleichzeitigen Beschleunigungen der anderen Kräfte auf, weshalb der Punkt diejenige Beschleunigung annimmt, welche aus den einzeln gegebenen Beschleunigungen nach den Regeln der Parallelogrammconstruction folgt.“

Dieser Satz ist das *Unabhängigkeitsprincip* und wird gewöhnlich nach dem Vorgange Newton's als II. Princip angeführt.

Die Voraussetzung, dass die beiden Beschleunigungssysteme sich gegenseitig nicht stören, wird gewöhnlich als eine selbstverständliche nicht bei der Textierung des Principis namhaft gemacht. Eine Störung der angegebenen Art würde z. B. eintreten, wenn eine Kugel dem Drucke zweier Federn ausgesetzt wäre, die an irgend einer Stelle sich berühren und einen gegenseitigen Druck ausüben.

Das Princip beruht in der Erklärung der Unabhängigkeit der Beschleunigungen, der Zusatz bezüglich der Parallelogrammconstruction wurde nur mit Rücksicht auf die häufigste Anwendung dieses Satzes angefügt. Dass zwei oder mehrere Beschleunigungen sich nach den Regeln des Parallelogrammes zusammensetzen, wird in der Bewegungsgeometrie gelehrt; die Construction setzt nichts als die Unabhängigkeit voraus. Ist nun diese bei den in Folge von Kräften eintretenden Beschleunigungen materieller Punkte erfahrungsgemäß erwiesen, so folgt die Parallelogrammconstruction ohne weitere Überlegung.

Ein specieller Fall dieses Satzes tritt ein, wenn die componierenden Beschleunigungen gleiche Richtungen haben. Sie addieren oder subtrahieren sich dann, je nachdem ihr Sinn der gleiche oder entgegengesetzte ist. Greift daher an einem Punkte von der Masse 1 die Kraft φ an, so kann man sich diese nach den Erörterungen des vorhergehenden Capitels ersetzt denken durch φ Kräfte vom Werte 1; jede derselben bringt dann die Beschleunigung 1 hervor, daher die φ gleichzeitig wirkenden die Beschleunigung φ . Wäre die Masse des Punktes m , so würde dieselbe, um die Beschleunigung 1 zu erfahren, eine Kraft vom Werte m brauchen, daher die Kraft $m\varphi$, um die Beschleunigung φ zu erfahren.

Die Proportionalität zwischen Beschleunigung und Kraft ist deshalb eine unmittelbare Folge der Giltigkeit des Unabhängigkeitsprincips. Jetzt sind wir auch im Stande die bekannte Grundgleichung der Dynamik aufzustellen:

Kraft 1	wirkend a. d. Masse 1	bringt hervor Beschleun. 1	(Defin. d. Kräfteinh.)
„ m	„ „ „	„ m	„ 1 (Messung d. Kräfte)
„ $m\varphi$	„ „ „	„ m	„ φ (Unabhängigkeitsprincip).

Nennt man die Kraft, welche an der Masse m die Beschleunigung φ hervorbringt, P , so gilt daher für P die Gleichung

$$P = m\varphi.$$

Aus den gemachten Überlegungen und der eben aufgeschriebenen Gleichung folgt, dass die Beschleunigungen, welche mehrere gleichzeitig wirkende Kräfte an einem Massenpunkte hervorrufen, den Werten der gegebenen Kräfte proportional sind. Da nun nach der im vorhergehenden Capitel gegebenen Definition der Kraftvectors diese die Werte der Beschleunigungssysteme für den in Betracht kommenden Punkt, ferner Richtung und Sinn der eintretenden Beschleunigungen angeben, so kann, wie leicht zu erweisen ist, die Parallelogrammconstruction auch anstatt, wie früher vorausgesetzt worden ist, mit den Beschleunigungsvectors, sofort mit den Kraftvectors vorgenommen werden. Der Vector der resultierenden Kraft repräsentiert uns dann den Wert des gesammten Systems und gibt Richtung und Sinn der durch dasselbe bewirkten Beschleunigung an.

Häufig wird in die Textierung des Unabhängigkeitsprincips die Erklärung aufgenommen, dass die eintretende Beschleunigung auch unabhängig ist von der absoluten Geschwindigkeit des Punktes. Nach den Erörterungen des ersten Capitels ist es jedoch widersinnig von einer absoluten Geschwindigkeit eines Punktes zu sprechen, daher ich die Wertlosigkeit eines solchen Zusatzes nicht näher hervorzuheben brauche. Es muss schon vor Mittheilung des Galilei'schen Principis darauf hingewiesen werden, dass wir nur relative Translationsgeschwindigkeiten kennen. Die Geschwindigkeit eines Punktes ist nicht eine objective Eigenschaft desselben, sondern hängt von der Wahl unseres Bezugssystems ab und wird deshalb für jeden Beobachter im Allgemeinen eine ganz andere sein. Es folgt hieraus ohne weitere Begründung, dass die objective Thatsache der Beschleunigung eines vollkommen bekannten Bezugssystems nicht von dem Belieben des Beobachters abhängen kann.

Man könnte nichts dagegen einwenden, wenn der Vorschlag gemacht werden sollte, an die Spitze der Mechanik, vor Anführung der drei Newton'schen Principien noch ein eigenes Princip einzufügen, welches der Erkenntniss Ausdruck verleiht, dass es

nur relative Translationsgeschwindigkeiten gibt. Bei Anführung des Unabhängigkeitsprincips käme jedoch die Mittheilung einer solchen Einsicht zu spät, da sie schon zum Verständnisse des Trägheitsprincips erfordert wird.

Es kann daher auch nicht gebilligt werden, wenn, wie z. B. Delaunay es thut, neben Anführung der 3 Newton'schen Principien, also als 4. Princip (an III. Stelle), der Satz hingestellt wird*): „Die Wirkung einer Kraft auf einen materiellen Punkt ist unabhängig von der Bewegung, welche der Punkt schon vorher gehabt hat;“ denn der Punkt hat nur dadurch schon vorher eine Bewegung gehabt, dass wir seine Lagen beziehen auf einen solchen Fundamentalkörper, bezüglich dessen er eine Bewegung von bestimmter Geschwindigkeit ausführt.

So wie Delaunay sprechen auch Wüllner**), Rééal***) und Duhamel†) die Unabhängigkeit der Kraftwirkungen von der vorhandenen Geschwindigkeit als selbständigen Satz aus. Ritter zieht die Behauptung der Unabhängigkeit einer durch eine Kraft eintretenden Beschleunigung von der schon vorhandenen Geschwindigkeit mit dem Texte des eigentlichen Unabhängigkeitsprincips zusammen, wie aus der dem Principe beigegebenen Erklärung zu entnehmen ist.††)

Es mögen nun einige historische Bemerkungen folgen.

Wie ich bereits mehrmals erwähnt habe, spricht Newton die Unabhängigkeit der Beschleunigungen in seinem II. Principe aus. Seine Fassung lautet nach der Wolfers'schen Übersetzung: „Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“ Nach diesem Texte könnte es den Anschein haben, als hätte Newton

*) Delaunay, Lehrbuch der analytischen Mechanik, deutsch von Krebs 1868 S. 87.

**) Lehrbuch der Experimentalphysik, II. Aufl. Bd. I S. 45. IV. Aufl. Bd. I S. 60.

***) *Traité de Mécanique général*, Paris 1873, T. I p. 133.

†) Lehrbuch der reinen Mechanik. Deutsch von Wagner 1853. S. 213 u. flgd.

††) Lehrbuch der analytischen Mechanik S. 61.

précisément double de celle que la force simple lui communiquerait dans le même temps.

La vitesse communiquée à un mobile par une force qui agit sur lui pendant un temps déterminé, est une fonction du nombre qui représente l'intensité de cette force; le peu de données que nous avons sur la nature des forces, ne nous permet pas de déterminer à priori la forme de cette fonction; nous sommes donc obligés, pour résoudre les problèmes de dynamique, de partir d'une supposition; et nous choisissons la plus simple, en regardant la vitesse comme proportionnelle à la force. L'accord des résultats qui se deduisent de cette hypothèse, avec l'expérience, prouve ensuite que cette loi la plus simple, est effectivement celle de la nature."

Den statischen Theil des Satzes vom Parallelogramme der Kräfte glaubt Poisson in der „Statik“ bewiesen zu haben. Indem er nun das Unabhängigkeitsprincip als Erfahrungssatz oder wie er sagt als „hypothèse“ mit dem statischen Satze combinirt, gelangt er zu dem Satze vom Parallelogramme der Beschleunigungen.

Nach diesen klaren Auseinandersetzungen muss es nun unheim überraschen, in der II. Auflage von Poisson's Mechanik vom Jahre 1833 diesen Satz nicht mehr als Erfahrungsergebnis, sondern als das Product einer Überlegung anzutreffen.

Um die Unrichtigkeit und Gehaltlosigkeit eines solchen Verfahrens ersichtlich zu machen, kann ich nichts besseres thun, als wiederum die betreffende Stelle hierher setzen. Ich bringe das Citat unter Benützung der schon wiederholt erwähnten deutschen Übersetzung von Stern.

S. 172. I. Bd. „Ein materieller Punkt habe am Ende der Zeit t die Strecke x durchlaufen und die Geschwindigkeit v erlangt. Man nehme an, dass zu diesem Zeitpunkte zwei gegebene Kräfte f und f' zu gleicher Zeit auf den Körper nach der Richtung seiner Bewegung wirkten. Man bezeichne durch u die unendlich kleine Geschwindigkeit, welche die Kraft f dem Körper mittheilen würde, wenn sie allein während der unendlich kleinen Zeit τ wirkte und durch u' die Geschwindigkeit, die in derselben Zeit durch die Kraft f' hervorgebracht würde, wenn die Kraft f nicht vorhanden wäre. Ich behaupte nun, dass das gleichzeitige Wirken dieser zwei Kräfte die Geschwindigkeiten, die sie ge-

trennt hervorbringen, nicht ändern wird, und dass die Geschwindigkeit, die durch die Kraft $f + f'$ hervorgebracht wird, $u + u'$ sein wird, d. h. dass die Geschwindigkeit, die der Körper am Ende der Zeit $t + \tau$ erlangt hat, $v + u + u'$ sein wird.

Der Zuwachs der Geschwindigkeit des Körpers kann nämlich nur von der Zeit τ abhängen, der sie proportional ist, und von dem Zustande des materiellen Punktes, oder, mit anderen Worten, von der Lage und der Geschwindigkeit, die er während der Zeit τ hat. Die Wirkung der Kraft f' müsste daher auf diesen Zustand Einfluss haben, wenn sie die Geschwindigkeit modificieren sollte, die durch die Kraft f hervorgebracht wird. Während der Zeit τ kann sich aber der Abstand des Körpers von einem festen Punkte und seine Geschwindigkeit nur um eine unendlich kleine Grösse ändern, welche man im Verhältnisse zu x und v vernachlässigen kann. Die Änderungen der Abstände von anderen festen oder beweglichen Punkten, von welchen die Kräfte f oder f' ausgehen könnten, kann man ebenfalls vernachlässigen. Daher kann die Geschwindigkeit, welche die Kraft f während des Zeitraumes τ hervorbringt, auf keine Weise durch die gleichzeitige Wirkung der Kraft f' abgeändert werden, und ebenso verhält es sich mit der Geschwindigkeit, welche von der Kraft f' herrührt, die ebenfalls nicht durch die Wirkung von f geändert werden kann. Die ganze Geschwindigkeit, welche daher dem Körper während der Zeit τ durch die Kraft $f + f'$ mitgetheilt wird, ist demnach $= u + u'$.

Auf die Unzulänglichkeit dieser Betrachtung weist schon der Übersetzer M. Stern hin (Zusatz III, I. Bd. S. 563). Der Kernpunkt seiner Bemerkungen liegt in dem Satze: „Es ist aber gar nicht einzusehen, wie aus dem Umstande, dass die unendlich kleinen Veränderungen, welche die Kräfte f und f' einzeln hervorbringen, gegen endliche Grössen vernachlässigt werden können, folgen sollte, dass sie ihre wechselseitigen Wirkungen nicht modificieren können; wenn z. B. die Kraft $f + f'$ die Geschwindigkeit $u + u' + \mu$ hervorbringen würde, wo μ ebenfalls eine unendlich kleine Geschwindigkeit*) wäre, würde

*) Der Text enthält hier, offenbar in Folge eines Druckfehlers, nicht das Wort „Geschwindigkeit“ sondern „Zeit“.

diese Geschwindigkeit nicht dennoch im Verhältnisse zu v verschwinden?“(*)

Es ist schwer zu begreifen, wie Poisson, der in der ersten Auflage seiner Mechanik so klare Anschauungen entwickelt hatte, später in solcher Weise dem Zeitgeiste unterliegen konnte, um der zweiten Auflage diese unklare und nichtssagende Auseinandersetzung einzuverleiben.

Der philosophische Speculationstrieb hat auch beim Unabhängigkeitsprincipe die physikalische Forschung auf Abwege geleitet. So wird oft die Behauptung aufgestellt, die Proportionalität zwischen Beschleunigung und Kraft könne aus dem Satze „Jede Wirkung ist ihrer Ursache proportional“ deduciert werden.

Die Gehaltlosigkeit solcher Gemeinplätze kann nirgends besser aufgedeckt werden, als gerade im Anschluss an den soeben namhaft gemachten Satz. Werden die Kräfte als die Ursache angesehen, welche die *Geschwindigkeitszunahmen* des Körpers bewirken, so ist die Wirkung nur dann der Ursache proportional, wenn der betrachtete Körper in den verschiedenen Fällen, welche verglichen werden, stets durch dieselbe Zeit der Wirkung derselben Kräfte unterworfen bleibt. Würde man an Stelle der Zeit den Weg constant nehmen, so würde die angegebene Proportionalität zwischen Kraft und Geschwindigkeitszunahme nicht stattfinden. Im letzteren Falle müsste man, um in Übereinstimmung mit dem Theoreme von der Proportionalität zwischen Wirkung und Ursache zu bleiben, als Wirkung der Kraft die Zunahme der Energie des Körpers ansehen; man hätte die Thatsache auszusprechen: „Die Zunahme der Energie ist der einwirkenden Kraft proportional.“

*) Mit den weiteren in diesem Zusatze ausgesprochenen Ansichten des Übersetzers, nach welchen man die Frage, ob der hier in Betracht kommende Satz ein Product der Erfahrung oder beweisbar sei, dadurch ausserhalb den Kreis der Erörterungen bringen könnte, dass man eine Mechanik ohne Massen- und Kraftbegriff, also eine sogenannte abstracte Mechanik schüfe, kann ich mich gemäss meinen schon mehrmals ausgesprochenen Ansichten nicht einverstanden erklären. Die Schwierigkeiten werden durch ein solches Verfahren nur an andere Stelle gerückt und müssen dort doch beseitigt werden.

Je nachdem man nun die Zeit oder den Weg bei Betrachtung der verschiedenen Kräfte constant erhält, müsste demnach als die Wirkung der Kraft das eine Mal die Geschwindigkeitszunahme u , das andere Mal die Zunahme der Energie E angesehen werden. Wie soll nun aber aus dem allgemeinen (logischen?) Satze entnommen werden, wann die Gleichung

$$\frac{P}{P'} = \frac{u}{u'}$$

oder wann $\frac{P}{P'} = \frac{E}{E'}$ richtig ist.

Hält man den Weg constant, so ist die erste Gleichung falsch, hält man die Zeit constant, die zweite.*)

Schell setzt, wie schon erwähnt, für seine Darstellung der Mechanik keinerlei Erfahrungsthatfachen voraus. Dennoch widmet er, wie gleichfalls schon erwähnt, im Kleingedruckten, gleichsam als Anmerkung, zwei Paragraphen den physikalischen Principien, um „auch eine andere, sonst übliche Auffassungsweise kennen zu lernen“. In dieser Einschaltung leitet er die Proportionalität zwischen Beschleunigung und Kraft auch aus dem allgemeinen Satze: „Jede Ursache ist ihrer Wirkung proportional und umgekehrt“ ab**). Auch bei Résal***) findet sich dieser Wildling des „esprit métaphysique.“

Zu den besten Darstellungen des Unabhängigkeitsprincips gehört die Wüllner's†).

*) In ähnlicher Weise hat Mach die Gehaltlosigkeit der Ableitung des Trägheitssatzes aus solchen wegen ihrer Allgemeinheit nichtssagenden Sätzen blosgestellt. Mach sagt in der schon früher citierten Abhandlung „Über die Definition der Masse“: „Die Wirkung jeder Ursache verharrt“ kann man von den Massenbewegungen eben so richtig sagen, wie das Gegenteil „cessante causa cessat effectus.“ Es hängt dies lediglich am Ausdruck. Nennt man die erlangte Geschwindigkeit die „Wirkung“, so ist der erste Satz wahr, nennt man die Beschleunigung so, dann ist es der zweite.“

***) II. Aufl. des schon früher citierten Werkes, Bd. II SS. 6 u. 7.

***) Tome I. p. 312, letztes Alinea.

†) II. Aufl. I. Bd. §§. 8 u. 9. IV. Aufl. I. Bd. § 7.

VII.

Das Princip der Wechselwirkung.

Die dritte und letzte allgemeine Erfahrungsthatsache, welche Newton der Deduction der Bewegungserscheinungen der materiellen Körper zu Grunde legt, ist das Princip der Wechselwirkung, meist in Anlehnung an die von Newton gewählte Textierung etwas umständlicher Princip der gleichen Action und Reaction genannt.

Während wir die Kenntniss des Trägheitsprincips bekanntlich Galilei verdanken und für das Unabhängigkeitsprincip ein bestimmter Urheber überhaupt nicht namhaft gemacht werden kann, ist die Entdeckung des Princip der Wechselwirkung Newton selbst zuzuschreiben. Dasselbe lautet in der Fassung des Entdeckers:

„Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.“

Wolfers übersetzt: „Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich, oder die Wirkungen zweier Körper auf einander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung.“

Da der Ausdruck *Actio* oder *Wirkung* dieses Satzes etwas unbestimmt lautet und das Princip leicht viel allgemeiner gefasst werden kann, ohne dass dessen Einfachheit und Übersichtlichkeit beeinträchtigt würde, so glaube ich die folgende Form empfehlen zu sollen:

„*Alle Kräfte eines Beschleunigungssystems treten paarweise auf in der Art, dass zwei zu einem Paare gehörige Kraftvectoren gleiche Grösse und Richtung, aber entgegengesetzten Sinn haben.*“

Der Fall, dass nur zwei Massenpunkte vorhanden sind, ist durch Specialisierung dieses Satzes sofort zu erhalten.

Eine der vorgeschlagenen ähnliche Fassung gibt Ritter.

Aus dem Principe der Wechselwirkung folgt bekanntlich durch eine einfache Analyse der Satz von der Bewegung des Massenmittelpunktes. Auch Newton zieht schon diese Föfolgerung. Es könnte deshalb auch der letztgenannte Satz für das nur inneren Kräften unterworfen System oder mit anderen Worten für das vollständige Beschleunigungssystem als Princip ausgesprochen und aus diesem auf das Gesetz der Wechselwirkung geschlossen werden. Endlich könnte der Satz von der Bewegung des Massenmittelpunktes eines vollständigen Beschleunigungssystems mit dem Galilei'schen Principe in ein einziges Princip zusammengezogen, also die Thatsache der galileischen Bewegung bezüglich eines FSs gleich für den Massenmittelpunkt eines vollständigen Beschleunigungssystems ausgesprochen werden; das Galilei'sche Princip würde dann als Specialfall des vorgeschlagenen Satzes erscheinen.

Ich bin jedoch der Ansicht, dass durch eine solche Anordnung die Klarheit der Newton'schen Darstellung verloren gehen würde und halte sie deshalb nicht für empfehlenswert. Zur Erhärtung dieser Behauptung erinnere ich nur an die bei der Newton'schen Eintheilung im Anschlusse an das Galilei'sche Princip sich ungezwungen ergebende Entwicklung der Begriffe Kraft und Masse, Begriffe, welche beim Aufbau der physikalischen Mechanik schon geschaffen sein müssen, wenn von der Bewegung des Massenmittelpunktes gesprochen werden soll.

Ich theile in dieser Beziehung die Ansicht Carnot's*): „On pourra remarquer que ces hypothèses rentrent en partie les unes dans les autres: mon objet n'a pas été de les réduire au plus petit nombre possible; il me suffit qu'elles ne soient point contradictoires et qu'elles soient clairement entendues.“

Auf den Zusammenhang des III. Princip's mit dem I macht auch Maxwell**) aufmerksam, indem er nachweist, dass Newton das III. Princip nicht als einen dritten Erfahrungssatz hinge-

*) Die schon früher citierte Schrift S. 47.

**) Substanz und Bewegung, LVIII. Die Überschrift dieses Artikels lautet: „Newton's Beweis — kein experimenteller.“

stellt hat, sondern für dasselbe einen auf die Giltigkeit des Galilei'schen Principes basierten indirecten Beweis gibt, also zeigt, dass eine Verneinung des III. Principes zu Widersprüchen mit dem I. Principe führen würde.

An erster Stelle beruft sich Newton jedoch auf die Erfahrung,* und wenngleich eine Leugnung des III. Principes in vielen Fällen zu Widersprüchen mit dem I. Principe führt, so wird es doch geraten sein die Berufung auf die Erfahrung auch beim III. Principe nicht gänzlich abzuweisen, da es für die Sicherheit der Sätze der Mechanik nicht vortheilhaft sein kann, wenn einer ihrer Fundamentalgrundsätze (III. Princip) keine andere Stütze hätte als einen auf den Widerspruch einer Anwendung mit einem Specialfalle (I. Princip) aufgebauten indirecten Beweis.

Sehr merkwürdige, das Princip der Wechselwirkung betreffende Verhältnisse finden wir wieder beim Vergleiche der beiden Auflagen von Poisson's Mechanik. In der I. Auflage von 1811 betrachtet Poisson das Trägheitsprincip und das Unabhängigkeitsprincip als Erfahrungssätze, die nicht durch irgendwelche Deduction gewonnen werden können. Die eifrige und klare Vertheidigung des zuletzt genannten Principes als Erfahrungsthatsache habe ich im vorhergehenden Capitel reproduciert. Im Anschlusse an jene Stelle fährt Poisson fort: „Au reste cette loi (Unabhängigkeitsprincip) et l'inertie de la matière sont les deux seuls hypothèses sur lesquelles toute la dynamique est fondée.“ Das Princip der Wechselwirkung findet daher keinen Platz unter den Erfahrungssätzen.

In der II. Auflage von 1833 will Poisson, wie ich schon gezeigt habe, sowol das Trägheitsprincip als auch das Unabhängigkeitsprincip als Denknöthigkeiten hinstellen. Um so mehr muss es überraschen, jetzt das Princip der Wechselwirkung als einen nur durch die Erfahrung erweisbaren Satz angeführt zu finden. In Bd. II, Nr. 552, bei der Behandlung der Bewegung eines Systems von Massenpunkten wird die Stellung und Bedeutung des Principes der Wechselwirkung ausführlich erörtert. Es wird genügen den Schluss jener Stelle hier anzuführen.

„Wir können es nämlich a priori nicht als eine Unmöglichkeit betrachten, dass ein materieller Punkt m auf einen

anderen m' wirke, *ohne* dass dieser wieder auf den ersten in entgegengesetztem Sinne und mit gleicher Intensität zurückwirke. Wir werden daher das Princip, dass die Gegenwirkung der Wirkung gleich und entgegengesetzt ist, wie ein allgemeines Naturgesetz betrachten, welches uns durch die Beobachtung gegeben ist, ebenso wie das Gesetz, dass die allgemeine Anziehung im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung steht.“

Ich muss nun noch mit einigen Worten einer Vorstellung Erwähnung thun, von welcher häufig bei Gelegenheit der Einleitung der Bewegungsgleichungen durch das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten Gebrauch gemacht wird. Nach dieser Vorstellung hätte man z. B. bei einem Systeme von nur zwei Punkten, welche in gegenseitiger Beschleunigung begriffen sind, nicht zwei Kräfte, sondern vier zu denken, welche entsprechend dem Principe der Wechselwirkung wieder in zwei Paare, und zwar auf zweifache Weise, geordnet werden können; es wird nun die an einem Punkte angreifende Kraft mit dem Trägheitswiderstande desselben Punktes zu einem Paare zusammengefasst. Der Punkt oder Körper bildet dann ein System für sich, in welchem die Summe der Kräfte den Wert Null hat und welches deshalb als im Gleichgewichte befindlich betrachtet werden kann. Es ist jedoch keineswegs notwendig mit auf solche Weise gebildeten Gleichungen, Vorstellungen der genannten Art zu verbinden; es scheint mir sogar zweckmässig, dieß nicht zu thun, da durch dieselben die Objectivität in der Auffassung des Kraftbegriffes leidet. Es würden ja bei solcher Auffassung die einzelnen Körper nicht mehr als Partien eines Beschleunigungssystems betrachtet, sondern als einzelne beschleunigte Körper für sich, ohne Rücksicht darauf, dass eine solche Beschleunigung an einem vereinzelt Körper niemals eintreten kann. Es zerfällt das vollständige Beschleunigungssystem in eben so viele Einzelsysteme als materielle Punkte vorhanden sind, und da jedes solche Einzelsystem für sich die Kraftsumme Null hat, so kommt ihm hierdurch *scheinbar die* Eigenschaft zu, welche ein vollständiges Beschleunigungssystem charakterisiert, ohne dass es jedoch in Wirklichkeit ein solches wäre.

VIII.

Ergänzende Bemerkungen.

Im Capitel II sind die physikalischen Eigenschaften desjenigen Coordinatensystems erörtert worden, welches allen Gleichungen der Mechanik direct oder indirect zu Grunde gelegt werden muss. Dasselbe ist in unveränderlicher Verbindung mit einem als Fundamentalkörper bezeichneten materiellen Körper zu denken. Die Grösse der Masse dieses Körpers ist im Allgemeinen gleichgiltig, da der Massenwert nur dann in Frage kommt, wenn Kräfte wirken, d. h. also der Körper als Glied eines Beschleunigungssystems auftritt; diese Annahme ist aber durch die Definition des FKs ausgeschlossen.

Es kommen jedoch Fälle vor, in welchen es bequem ist, die Möglichkeit nicht auszuschliessen, dass Kräfte an dem Bezugskörper angreifen. Soll der Körper dennoch FK bleiben, so brauchen wir uns denselben nur von so grosser Masse zu denken, dass die Kräfte eine verschwindend kleine Beschleunigung hervorrufen. Wir werden in der gewöhnlichen Ausdrucksweise der Analysis ihn als Körper von unendlich grosser Masse bezeichnen.

Wird z. B. die Bewegung eines materiellen Punktes untersucht, der gezwungen ist auf der Oberfläche eines bestimmten Körpers zu bleiben, so wird es bequem sein die Oberfläche selbst zum Bezugssysteme der Bewegung zu nehmen. Da aber im Allgemeinen in Folge der Bewegung des materiellen Punktes an der Oberfläche des Körpers Normalkräfte angreifen, so kann der Körper nur dann ein fundamentaler Bezugskörper sein, wenn er selbst von unendlich grosser Masse, oder was dasselbe ist, mit

einem anderen FK von unendlich grosser Masse in fester Verbindung ist.

Lassen wir einen Körper um eine Axe rotieren, welche nicht eine seiner freien Axen ist, und setzen wir voraus, dass diese Axe unter Gebrauch der bisher üblich gewesenen Ausdrucksweise absolut fest sein soll, so ist damit gemeint, sie solle in Ruhe sein in Bezug auf ein FS. Wir können diese verlangte Ruhe dadurch erreichen, dass wir die Axe in fester Verbindung mit einem Körper von sehr grosser Masse denken, der keine Rotation ausführt und keinen anderen Kräften unterworfen ist, als solchen, welche (bezüglich eines anderen FKs gedacht) Beschleunigungen hervorrufen, die unter der Grenze der Beobachtungsfehler liegen. Dieser Körper ist dann selbst ein Fundamentalkörper.

In allen Fällen, in welchen an einem Körper, der fest mit den uns umgebenden Partien der Erde verbunden ist, Kräfte angreifen, die nur von terrestrischen Objecten ausgehen, sind die eben erwähnten Verhältnisse erreicht; mit anderen Worten: sobald die Erde selbst in ein Beschleunigungssystem eintritt, das sich nur aus terrestrischen Objecten zusammensetzt, ist dieselbe stets als ein Körper von unendlich grosser Masse zu betrachten und bleibt deshalb, wenn nicht etwa die *Rotation* derselben bei der Beobachtung von Einfluss werden sollte, als FK zu betrachten.

Was die gewöhnlich eingehaltene Dreizahl der Principien betrifft, so ist zu bemerken, dass dieselbe je nach persönlicher Anschauung auch vermehrt, ja sogar auch vermindert werden könnte, letzteres jedoch nicht ohne dass dadurch die Grundlagen der Mechanik wesentlich verändert würden.

So könnte, wie schon erwähnt, das I. und III. Princip allenfalls in ein einziges zusammengezogen werden.

Es gibt ferner Vertreter der Ansicht, dass eine Unabhängigkeit nicht hervorgehoben zu werden braucht, sondern nur eine eventuelle Abhängigkeit der Beschleunigungen ausgesprochen werden müsste. Man könnte demnach das Unabhängigkeitsprincip auch weglassen und hätte dann sofort nach Erklärung der Begriffe Kraft und Masse die Grundgleichung der Mechanik

aufzuschreiben. Diesen Ansichten folgend könnte man also sogar mit einem einzigen Principe ausreichen.

Die Vermehrung der Principien könnte dadurch geschehen, dass verschiedene Thatsachen, die derzeit als selbstverständlich und allgemein bekannt angesehen werden, oder die zur allgemeinen Physik gerechnet und deshalb in dem speciellen Capitel „Mechanik“ nicht neuerdings angeführt werden, gleichfalls unter die allgemeinen Principien eingereiht würden.

So könnte der Satz „Alle Vorgänge in der Natur brauchen Zeit,“ der bekanntlich manchenmal zum Ausgangspunkte von Deductionen gemacht wird, an die Spitze der Principien gestellt werden. An denselben würde sich passend das die Grundlage unserer Zeitmessung bildende Princip der identischen Vorgänge reihen. Es könnte weiters das Naturgesetz, welches Kant als drittes Princip anführt*) „Bei allen Veränderungen der körperlichen Natur bleibt die Quantität der Materie immer dieselbe, unvermehrt und unvermindert“ und welches meistens als ein Erfahrungssatz der Chemie bezeichnet wird, namhaft gemacht werden. Für den unbestimmten Ausdruck „Quantität der Materie“ wäre den früheren Auseinandersetzungen entsprechend „Trägheitswert und Gravitationswert“ oder einfach „Masse“ zu setzen. Es könnte endlich nach dem Vorschlage Euler's**) und Herwig's***) auf die Undurchdringlichkeit der Materie als Erfahrungssatz hingewiesen werden, u. dgl. m.

Herwig stellt als erstes Princip für die physikalischen Erscheinungen das der Erhaltung der Energie hin. Es könnte die Frage aufgeworfen werden, ob nicht dieser Satz bei seiner Wichtigkeit für die moderne Physik auch unter die Grundgesetze der Mechanik aufgenommen werden sollte, wogegen dann eines oder mehrere der Newton'schen Principien wegzulassen wären. Ein solches Verfahren erscheint jedoch in der Mechanik der starren Körper nicht nur nicht empfehlens-

*) Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft 1786. Bd. V. Rosenkranz-Schubert. S. 404.

***) Theorie der Bewegung etc. Deutsch von Wolfers §. 123.

****) Physikalische Begriffe und absolute Mafse §. 14.

wert, sondern geradezu unmöglich. Das Operieren mit ideell starren Körpern, oder was dasselbe sagt, die Vernachlässigung der bei den wirklichen Bewegungen vorkommenden Deformationen bringt es nämlich mit sich, dass für die Entwicklungen der Mechanik dieses Princip im Allgemeinen gar nicht giltig ist, wodurch die gedachte Möglichkeit von selbst entfällt.

Im Sinne der in dieser Schrift vertretenen Anschauungen könnte bei Entwicklung der physikalischen Grundlagen der Mechanik der durch die folgenden Schlagwörter gekennzeichnete Gedankengang eingehalten werden:

Notwendigkeit physikalischer Grundlagen oder Principien.

Das Galilei'sche Princip, vorläufig in der Newton'schen Form namhaft gemacht. Unbestimmtheit dieser Form. Notwendigkeit eines Bezugskörpers. Jede Translation ist relativ. Die Rotation der Körper ist ein experimentell erkennbarer Vorgang. Alle irgendwo als absolut directionell ruhend erkannte Körper ruhen directionell auch relativ. Eigenschaften des Bezugskörpers, für welchen das Galilei'sche Princip gilt.

Definition des Fundamentalkörpers (FK) und Fundamentalsystems (FS).

Endgiltige Textierung des Galilei'schen Principis.

Die Grundlagen der Zeitmessung.

Die Begriffe Kraft und Masse. Einheit der Masse. Einheit der Kraft. Die Masse n . Die Kraft n .

Das Unabhängigkeitsprincip. Die Grundgleichung der Dynamik. Parallelogramm der Kräfte.

Das Princip der Wechselwirkung.

Bemerkungen über den sogenannten absolut festen Körper als Fundamentalkörper von unendlich grosser Masse.

Bemerkungen über die Anzahl der Principien.

Die Kinematik kann, trotzdem sie den Begriff der Zeit einführt, noch vor Erörterung des Zeitmasses durchgenommen werden. In diesem zwischen Geometrie und Mechanik gelegenen Wissenschaftszweige werden nämlich nur Bewegungsvorgänge untersucht, welche willkürlich für die ganze Dauer der Bewegung gegeben sind, und werden nur die durch die geometrischen Verbindungen sich ergebenden Consequenzen oder

gewisse Details der Bewegungserscheinungen aufgesucht. Es kommt demnach in der Bewegungsgeometrie nur auf den Vergleich von Bewegungserscheinungen an, welche immer in derselben Weise zusammenhängen, wie auch die eine, unabhängige Bewegungserscheinung hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit verlaufen mag. Es könnte deshalb in der Bewegungsgeometrie der Begriff Zeit auch ganz bei Seite gelassen und nur vom Vergleiche von Bewegungen gesprochen werden. Diese letztere Behauptung könnte nun zwar auch für die Mechanik der materiellen Körper aufgestellt werden, doch wäre dort sofort zu bemerken, dass der *eine* Vorgang nicht beliebig gewählt werden könnte, sondern dass identische Vorgänge zum Vergleiche der Bewegungen gewählt werden müssten, *weil nur auf Grund eines solchen Vergleiches das Grundgesetz der Mechanik, welches sich auf die Geschwindigkeit bezieht, nämlich das Galilei'sche Princip* in der ihm derzeit gegebenen Form erfahrungsgemäss richtig ist. In der Mechanik der materiellen Körper werden aus gegebenen Anfangswerten im Vereine mit den drei Principien, von denen das erste also nur bei der in Capitel IV definierten Art der Zeitmessung giltig ist, die Erscheinungen vorher berechnet, während in der Bewegungsgeometrie nur zwei unveränderlich zusammenhängende Bewegungsvorgänge verglichen werden, deren einem unabhängigen ein ganz beliebiger Verlauf vorgeschrieben werden kann. Man kann deshalb, da man der Bequemlichkeit der Ausdrucksweise halber den Begriff „Zeit“ in die Bewegungsgeometrie einführt, doch eine beliebig verlaufende Erscheinung als Zeitmesser, z. B. die Schwingungen eines Pendels, bei welchem eine Kugel an der Pendelstange allmählig herabgleitet, benützen.

Nun wird es angemessen sein, noch einiger von der Newton'schen wesentlich abweichender Arten der Fundierung der Mechanik Erwähnung zu thun.

Es ist ein grosses Verdienst Lagrange's, die Notwendigkeit der Berufung auf Erfahrungsthatfachen zu einer Zeit vertheidigt zu haben, in welcher man geneigt war, ein solches Vorgehen als einer exacten Wissenschaft unwürdig zu betrachten. Andererseits muss aber auch zugegeben werden, dass sein Aufbau der physikalischen

Grundlagen gegen den Newton's an Klarheit und Einfachheit zurücksteht, ja eine gewisse Unsicherheit verrät.

Lagrange macht zuerst für die Statik drei Principien namhaft: 1. Das Hebelprincip. 2. Das Princip der Zusammensetzung der Kräfte. 3. Das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten. Später wird jedoch das letztgenannte Princip auf die beiden ersteren zurückgeführt. Nun geht aber Lagrange noch weiter: er leitet das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten durch den Flaschenzugbeweis ab und glaubt hiedurch einen von den beiden erstgenannten Principien unabhängigen Beweis gegeben*) und dadurch die gesammte Statik auf das sogenannte Flaschenzugprincip gegründet zu haben. Auch die beiden ersten Principien wären demnach aus dem dritten zu folgern.

In der Dynamik werden das Trägheitsprincip und das Unabhängigkeitsprincip als Grundlagen bezeichnet.***) Im Weiteren, dort wo Lagrange auf die Bewegungen eines Systems von Massen zu sprechen kommt, erwähnt er, dass diese zwei Principien nicht mehr ausreichen und noch ein drittes hinzutreten muss. Es kann dasselbe als „Princip von der Erhaltung der Bewegungsgrösse“****) bezeichnet werden. Dass dieses Princip jenes der Wechselwirkung ersetzen kann, ist sofort zu erkennen, doch ist es keineswegs so einfach und so leicht mit der Erfahrung zu vergleichen wie das Newton'sche. Endlich beruft sich Lagrange neuerdings auf das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten†) und benützt dasselbe zur Ableitung einer Reihe von Principien zweiter Gattung, wie des Flächenprincips, des Principis der kleinsten Wirkung etc.“

In der *Théorie des fonctions analytiques*, welche in II. Auflage im Todesjahre Lagrange's erschienen ist, also zwei Jahre nach dem I. Bande der *Méc. anal.* (II. Aufl.), handelt der dritte Theil von den Anwendungen der Theorie der Funktionen auf die Mechanik. Auch dort werden die Grundlagen der Dynamik besprochen und zwar in ähnlicher Weise wie in den *Méc. anal.* Der Satz von der Bewegungsgrösse fehlt jedoch daselbst. Sowie

*) *Méc. anal.* III. Ausgabe v. Bertrand. T. I. p. 21.

**) p. 208.

***) p. 213—215.

†) p. 224.

Lagrange von einem auf mehrere Körper übergeht, beginnt er sofort auf Grund der dem Flaschenzugbeweise entnommenen Vorstellungen mit dem Beweise des Principis der virtuellen Geschwindigkeiten.

Aus der *Théorie des fonctions analytiques* ist noch eine Stelle bemerkenswert, in der Lagrange sich über die Unzulänglichkeit der Beweise des statischen Theiles des Kräfteparallelogrammes äussert. Ich gebe die Stelle aus der Crelle'schen Übersetzung: „Da man auch die Kräfte unabhängig von der Bewegung betrachten kann, so hat man die Zusammensetzung der Kräfte bloß analytisch oder geometrisch zu demonstrieren gesucht. Aber es liesse sich zeigen, dass alle Beweise, die man über die Zusammensetzung der Kräfte gegeben hat, nur auf eine versteckte Zusammensetzung von Linien hinauskommen, vielleicht diejenigen allein ausgenommen, welche auf das Gleichgewicht des geraden Hebels gegründet sind.“

Diese Stelle interessiert erstlich deshalb, weil zur Zeit, als Lagrange diese Worte schrieb, der statische Beweis des Kräfteparallelogramms als eine grosse Errungenschaft angesehen worden ist; der Übersetzer Crelle kann sich auch nicht enthalten dazu zu bemerken „Dieses Urtheil eines mit der Theorie der Mechanik so sehr vertrauten Mathematikers ist merkwürdig.“ Sie sind aber noch weiters durch den Schlusssatz bemerkenswert, in welchem Lagrange eine Ausnahme von dem früher Gesagten machen will, um die Flaschenzug-Idee zu retten, die ja ohne diesen Zusatz seiner eigenen Kritik verfallen wäre.*)

L. Carnot**) führt 7 Hypothesen (Principien) an. Seine weitschweifigen Auseinandersetzungen sind jedoch schon von den Zeitgenossen ignoriert worden.

Für den Physiker unbrauchbar, wie ich nicht neuerdings zu beweisen nötig habe, ist ein Schema von Sätzen, wie Wundt***) eines aufstellt. Seine 6 Axiome lauten:

*) Wegen dieser letzten Bemerkung habe ich diese Stelle Lagrange's erst hier mitgetheilt und nicht im Cap. VI, wo speciell von Lagrange's Stellung zum Unabhängigkeitsprincipe die Rede war.

**) Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement Paris 1803.

***) Die physikalischen Axiome und ihre Beziehung zum Causalprincip. 1866.

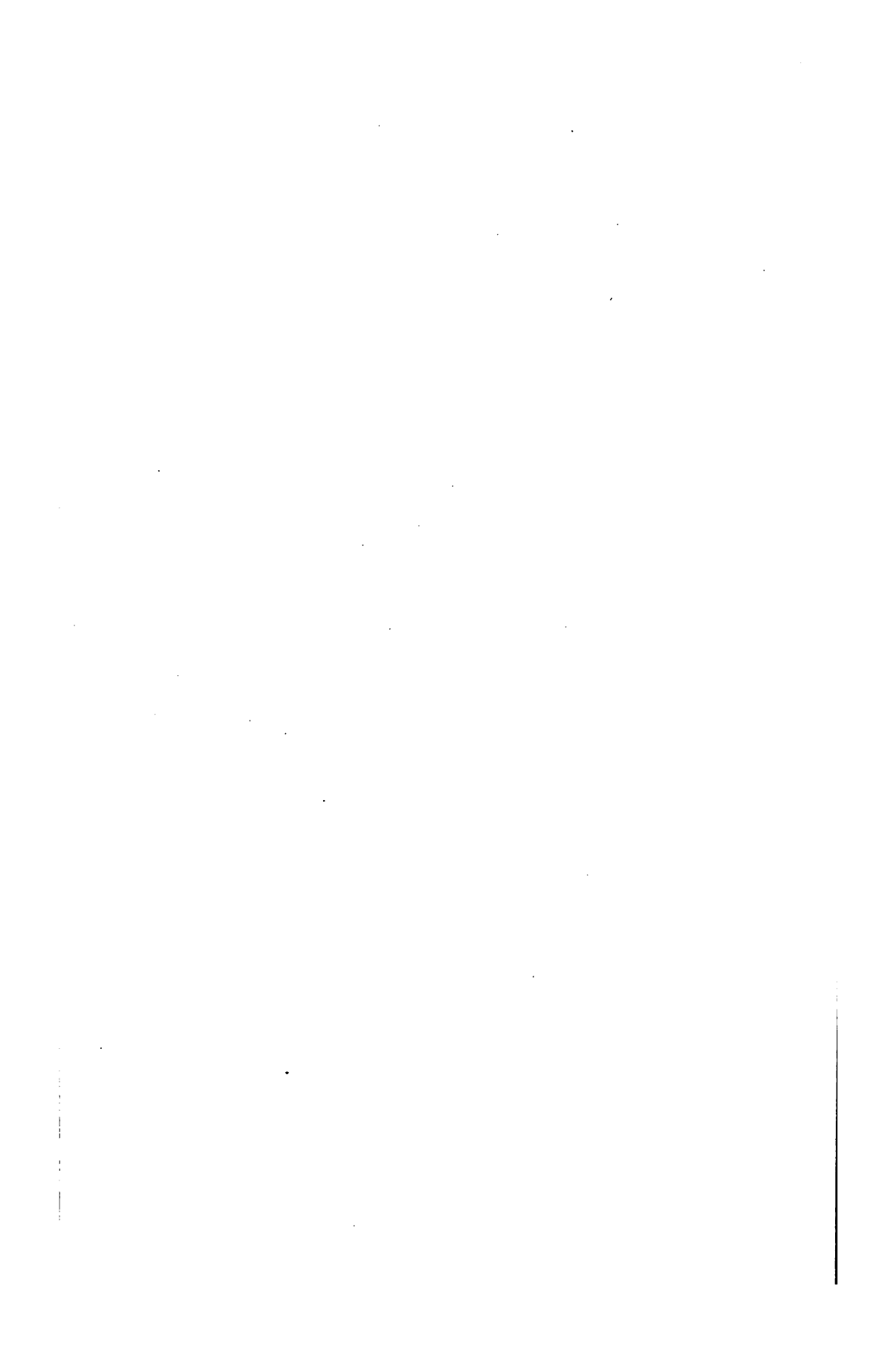
- „I. Alle Ursachen in der Natur sind Bewegungsursachen.
- II. Jede Bewegungsursache liegt ausserhalb des Bewegten.
- III. Alle Bewegungsursachen wirken in der Richtung der geraden Verbindungslinie des Ausgangs- und Angriffspunktes.
- IV. Die Wirkung jeder Ursache verharret.
- V. Jeder Wirkung entspricht ihre gleiche Gegenwirkung.
- VI. Jede Wirkung ist ihrer Ursache äquivalent.“

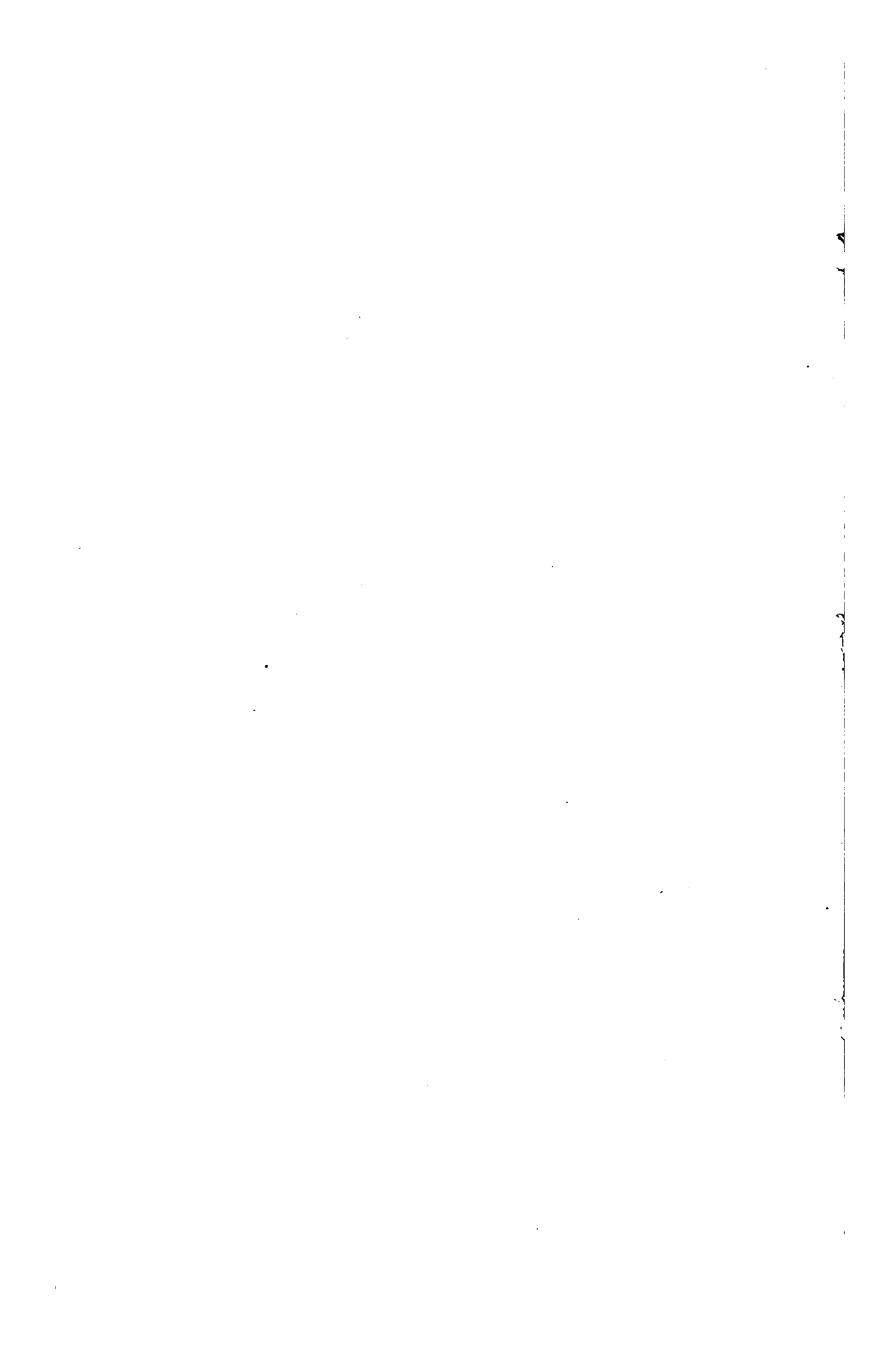
Wenn wir nun am Schlusse dieser Erörterungen einen Rückblick werfen auf die Entwicklung der Grundlagen der Mechanik, so müssen wir mit gerechter Bewunderung erfüllt werden vor dem durchdringenden Genie Newton's, der, als noch die wissenschaftliche Mechanik in der Wiege lag und die anderen Zweige der Physik erst im Entstehen begriffen waren, die drei Grundgesetze der Mechanik in so mustergiltiger Weise festgestellt hat, dass die folgenden zwei Jahrhunderte vergeblich an denselben rüttelten; diese Gesetze stehen heute fester da, denn je. Und wenn es mir gelungen sein sollte, dem ersten derselben die bisher noch fehlende Ergänzung zu bringen, so wäre der Keim zu dieser Verbesserung auch schon in Newton's Werk zu finden gewesen.

Unter den Leuchten der mechanischen Wissenschaft, mit denen wir uns im Verlaufe dieser Untersuchung zu beschäftigen hatten, tritt deshalb gegen alle mit besonderem Glanze Newton hervor und wir werden Lagrange, einem der ihm am nächsten stehenden Recht geben müssen, wenn er Newton als das grösste Genie aller Zeiten zu bezeichnen pflegte „nicht nur das grösste Genie, sondern auch das glücklichste; denn es gibt nur *eine* Theorie des Weltalls zu erfinden.“ Und die begeisterten Worte, welche wir auf seinem Grabmale in der Westminster-Abtei lesen: „Sibi gratulentur mortales, tale tantumque exitisse humani generis decus,“ wer würde sie mit mehr Recht verdienen?

Autoren-Verzeichniss.

- d'Alembert, 81, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 94, 95, 96, 124.
Atwood, 109.
Augustin, 124.
Benzenberg, 24.
Bernulli, 124.
Borchardt, 61.
de Borda, 103.
Bradley, 10.
Budde, 75.
Carnot, L. N. H. 111, 131, 140.
Cauchy, 124.
Challis, V.
Clausius, 75.
Clebsch, 61.
Comte, 55, 71, 125.
Crelle, 140.
Delaunay, 112, 123.
Duhamel, 90, 112, 123.
Dühning, 54, 76, 77, 125.
Ettingshausen, A. v. senior. 124.
Euclid, V.
Euler, III, 7, 9, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 55, 61, 95, 96, 111, 136.
Fessel, 16.
Foucault, 15, 16, 23, 69.
Fröhlich, 75.
Galilei, IV, 1, 2, 3, 19, 22, 23, 24, 30, 31, 32, 33, 34, 47, 51, 52, 54, 60, 62, 63, 64, 69, 73, 74, 76, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 90, 91, 94, 97, 113, 117, 122, 131, 137, 138.
Herwig, 117, 118, 119, 136.
Isenkrahe, 108.
Jacobi, 61, 66.
Kant, IV, 8, 18, 41, 42, 118, 136.
Kepler, 64.
Kirchhoff, 64, 65, 113, 114.
Klein, 6.
Kohlrausch, 105.
Lagrange, 57, 58, 77, 124, 138, 139, 140.
Lambert, 124.
Laplace, 20, 21, 26, 53, 56, 57, 58, 79, 94, 95, 124.
Liebmann, IV, 45.
Mach, III, 6, 7, 50, 59, 60, 76, 115, 129.
Maxwell, IV, 8, 17, 22, 24, 73, 74, 75, 76, 84, 91, 92, 93, 94, 110, 131.
Narr, 60, 90, 113.
Neumann, C. III, IV, 3, 4, 5, 6, 8, 39, 49, 50, 59, 60, 76, 81, 82, 87, 88, 89.
Newton, IV, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 18, 33, 34, 50, 51, 52, 56, 61, 66, 68, 73, 74, 107, 117, 120, 122, 123, 124, 125, 130, 131, 132, 136, 139, 141.
Pemberton, 11, 12, 52.
Poinsot, 69, 70, 71, 72.
Poisson, 22, 53, 58, 59, 79, 81, 82, 83, 85, 86, 90, 91, 94, 111, 124, 125, 126, 127, 128, 132.
Résal, 113, 123, 129.
Riehl, IV, 6, 8, 39.
Riemann, 61, 62.
Ritter, 111, 123, 131.
Schell, 64, 65, 66, 67, 68, 90, 91, 92, 114, 115, 116, 117, 129.
Stern, 127, 128.
Thomson und Tait, 61, 62, 63, 90, 91, 94, 118.
Venini, 124.
Wüllner, 112, 113, 123, 129.
Wundt 140.





ENGINEERING LIBRARY

QC 125 .S577 1883 C.1
Die physikalischen Grundlagen
Stanford University Libraries

3 6105 030 396 027

DATE DUE			

**TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY**

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004

